文系視点で見た相対性理論

文系視点で見た相対性理論

金子　裕介

§1　はじめに

アインシュタイン（Albert Einstein 1879–1955）が相対性理論を発表した論文「動かされた諸物体の電気動力学」（Einstein 1905）を辿りながら世紀の思想に近づこうとするのが本稿の目的である[1)]。タイトルが示す通り彼の問題意識は元々、電気動力学[2)]が示す奇妙なアジュメトリーエン（非対称性）にあった。結局それは「電磁気学のパラドクス」に還元されるのだが（§§5–6）、初めにその顛末を追ってみたいと思う（第1章）。それから後半でローレンツ変換に基づき相対性理論が切り開く新奇な世界を学んでみたい（第2章）。読者としては前回同様、文系の研究者を考えている（金子 2017）。私を含め文系研究者に相対性理論がどう係り合いを持つのか、その議論のプラットフォームを敷くことが本稿のもう一つの目的である。

第1章　電磁気学と相対性理論

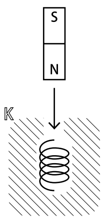
§2[3)]　絶対静止空間の謎

アインシュタインは「動かされた物体の電気力学」を次の出だしで書き始めている。

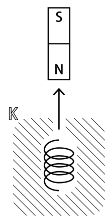
（1）　マクスウェルの電磁気学（Elektrodynamik）は［…］、動かされた［2つの］物体に当てはめて考えると、現象そのものには帰着させられない（den Phänomenen nicht anhaften）［奇妙な］非対称性（Asymmetrien）に至ることが知られている。例えば、磁石と、［コイルの様な］導体、［という2つの物体］の電磁気学的な相互作用（elektrodynamische Wechselwirkung）を考えてみよう。観察される現象［つまり電磁誘導］は、［コイルの様な］導体と、磁石の間の相対運動（Relativbewegung）だけに依存する［はずである。しかし、マクスウェルの電磁気学に従うと、］磁石が動かされる場合と、［コイルの様な］導体が動かされる場合は、厳密に区別されなければならない、ということになってしまうのだ。（Einstein 1905, p.893）

この文章にアインシュタインの問題意識が示されているのだが、言われていることはさほど難しくはない。昔習った「電磁誘導（electromagnetic induction）」の話を思い出して欲しい。

（2）



（3）



いまコイルの周りに「絶対静止空間 K」[4] があるとする。コイルと K は独立のものであることに注意して欲しい。図（2）では、磁石がコイルに向かって動かされる。これは上の文章で「磁石が動かされる場合」と言われた状況に当たる。その状況では、K において（コイルにおいてではない）磁束[5] の変化がある、と考えられる。その変化は $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ で表され[6]、ファラデーの電磁誘導の法則 $V=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ に従って、コイル内に電流を引き起こすと考えられる[7]。

他方、図（3）では、コイルが磁石に向かって動かされる。これは上の文章で「［コイルの様な］導体が動かされる場合」と言われた状況に当たる。その状況では、K において（コイルにおいてではない）磁束の変化は無い。だから図（2）とは違った説明が為される。即ち「上方に動かされることによってコイル内にある自由電子 q が一定の速度 v を持ち、これが磁石の発する磁束密度 B の作用を受けることで、起電力が発生する」[8]。この説明は酷く難しく聞こえるが、要するに「フレミングの左手の法則」の状況を言っており、「起電力（独 elektromotorische Kraft）」という謎めいた表現は「ローレンツ力 F=qvB」を意味している[9]。

つまり、図（2）は「電磁誘導」の事例として説明されるのだが、図（3）は「フレミングの左手の法則」の事例として説明される。これが、アインシュタインが「アジュメトリーエン（Asymmetrien 非対称性）」と呼んでいたことの中身である。

しかし普通、私達は図（2）の状況と図（3）の状況を区別しない。これは、知らず知らずの内に私達が「コイル視点」で考えているからである。このコイル視点を「K'」[10] と名づけよう。K'（つまりコイル視点）で眺めると、図（3）も、図（2）と同様に、電磁誘導の事例で済まされてしまう。図（3）でも、（K' つまりコイル視点で見れば）磁束の変化は起こっているのである。

現在、私達が電磁誘導を習うのは、この見方（K' つまりコイル視点）においてである[11]。決して、絶対静止空間などと言うものは想定していない。（時代が前後するが）アインシュタインが当時の電磁気学について攻撃したのは、まさにこの点であった。

§3　相対運動

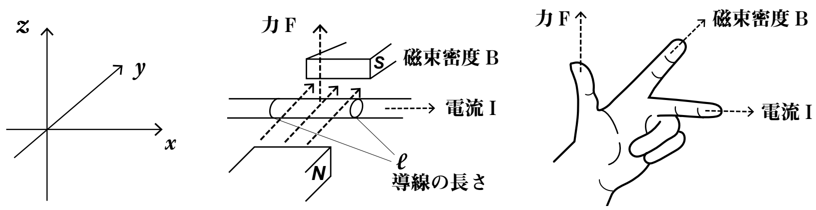
運動は、或る視点から相対的に決定される。ビル街を走る自動車も、自動車の中から見れば走っているのはビルの方である。絶対的だと思われる地球での私達の視点も、高々公転する物体の上に置かれたものに過ぎない。地動説と天動説の対立を思い出すまでもなく、実は全ての運動が何かしらの視点と相対的にしか決定できないことだと分かる。

この考え方を「相対運動（独 Relativbewegung ／英 relative motion）」と言う。アインシュタインが上の抜粋（1）で念頭に置いていたのは、この考え方であった。例えば先程の図（2）で言えば「磁石の運動」は視点を K においたのだから認められたのだった。もしそうしなかったら、例えば視点を磁石においたら、その運動は起こらない。視点つまり座標系と結びついて、即ち相対的（relative）にしか運動は認識できない。だから、「磁石が運動する（a magnet moves）」と端的に言うのはおかしい。「K から見て磁石は運動する（a magnet moves relatively to K）」と言わなければならない。これが、相対運動の考え方である。

§4　ローレンツ力

アインシュタインにとって、相対運動の見方が重要だったのは「電磁気学のパラドクス」と呼ばれる問題に直結していたからである[12)]。電磁誘導と並んで有名な電磁気学の現象に「フレミングの左手の法則（Fleming's left hand rule)」がある。それは「アンペール力（Ampère force)」と呼ばれる力の発生を記述した自然法則であり、次の様に図示できる[13)]。

（4）　アンペール力（図中の力 F がそれに当たる）

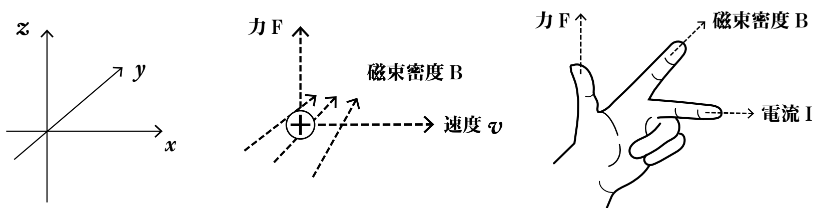


この力には、次の定式化が与えられている（竹内淳 2002, p,90; 國友ほか 2012, p.276)。

（5）　$F = IB\ell$（F はアンペール力、I は電流、B は磁束密度、ℓ は導線の長さ。）

ローレンツ（Hendrik Antoon Lorenz 1853–1928）は、このアンペール力を陽子の様な電荷 q に働く所まで分析し、磁束密度 B 内にあるその電荷の速度 v に比例して発生する力だと考えた。この文脈においてアンペール力は「ローレンツ力（Lorenz force)」とも呼ばれる。

（6）　ローレンツ力（図中の力 F がそれに当たる。）



この力には、次の定式化が与えられている（竹内淳 2013, p.203; 國友ほか 2012, p.280)。

（7）　$F = qvB$　（F はローレンツ力、q は電荷のクーロン、v は電荷の速度、B は磁束密度）

§5　電磁気学のパラドクス

しかしたとえ法則（5）や法則（7）が与えられても、フレミングの左手の法則で出て来る力 F が一体何なのか、まだ明らかにされていない。しかも問題含みなのは、ローレンツの分析（6）において「速度 v」が登場したということである。ここに既に見た「相対速度」の概念が合流してしまう（§3)。なぜそれが問題に成るのか、竹内淳の説明を聞いてみよう。

（8）［図（6）で示した］ローレンツ力［F］を、電荷［q］と同じ速度［v］で移動する慣性系 K' から観測するとどのように見えるか［…］。慣性系 K' から見た電荷［q］の相対速度はゼロなので［公式（7）によれば］ローレンツ力は働かないことになります。しかし［図（6）の視点で固定され静止した］K 系ではローレンツ力によって電荷の軌道が［図（6）に示した通り］上方に変化するのが見えるので、K' 系で観測しても電荷が上方に移動［しなければおかしい］はずです。（竹内淳 2013, pp.203–204）

つまりローレンツ力は、第一にその正体が分からないばかりか、第二に相対速度の考え方をすると視点（座標系特に K'）次第で消え去ってしまうのである。これが、絶対静止空間の向こう側にアインシュタインが見据えていた電磁気学の根本問題であった（竹内淳 2013, p.190）。

§6　解決の素描

相対速度の考え方をすると視点（座標系特に K'）次第でローレンツ力は消え去ってしまう。この問題を竹内淳は「電磁気学のパラドクス」と呼んでいる（2013, p.203）。相対性理論の重要な成果のひとつが、このパラドクスを解決したことにあった。そしてその解決で中心的な役割を果たすのが「ローレンツ変換」である（§13）。だが以下ではまず先に、そのローレンツ変換の知識を前提として、電磁気学のパラドクスの解決を概観してしまうことにしたい。これが第 1 章最後の仕事である[14)]。

これについてのアインシュタインの議論は「動かされた諸物体の電気動力学」の第 II 部前半で行われている[15)]。議論の中心的な道具立てはローレンツ変換である。しかし議論そのものを方向づけているのは、「相対性原理（独 das Prinzip der Relativität o. das Relativitätsprinzip）」[16)]から即座に導き出される次のコロラリー（系）に他ならない。

（9）　ローレンツ変換によってマクスウェル方程式［は］変わらない［…］。（竹内淳 2013, p.210）[17)]

「マクスウェル方程式（Maxwell's equations）」[18)] とは次の電磁気学の法則のことである。

（10）　マクスウェルの 4 方程式[19)]

①　電界[20)] についてのガウスの法則[21)]

$E \times 4\pi r^2 = \frac{q_A}{\varepsilon_0}$　（E は電界の大きさ N/C、q_A は電荷の大きさ C、$\varepsilon_0 =_{def.} \frac{1}{4\pi k}$）[22)]

②　電磁誘導の法則[23)]

$V = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$　（V は電圧でボルト、$\Delta\Phi$ は磁束の変化でウェーバ[24)]、Δt は時間の変化で秒。）[25)]

③　磁界についてのガウスの法則（竹内淳 2013, p.191）

「磁極（magnetic pole）は単独で取り出せない。N 極のある所には必ず対として S 極が存在する。」[26)]

④　右ねじの法則[27)]

$H = \frac{I}{2\pi r}$（H は磁界の強さでウェーバ、I は電流の強さでアンペア。）[28)]

この4つがマクスウェルの方程式である。これらを、相対性原理に従い、ローレンツ変換後も形が変わらない様にするにはどうすれば良いのか。

詳細は省き、議論の骨子だけ示したい[29)]。上記（9）を実現するためには、幾つかの「条件」が更に加えられる必要がある。その中で特に注目されるのが次である。

（11）　$E'_z = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}(E_z + vB_y)$　（竹内淳 2013, p.216（8–14））[30)]

これは、静止座標系Kの電界[31)] E_z と磁束密度[32)] B_y から、運動座標系K'の電界 E'_z を導き出す際、課される「条件」である。静止座標系Kから運動座標系K'へと電界を「移す」[33)]、即ちローレンツ変換によって「変換する」というのがポイントで[34)]、その際、要請（9）を実現するため、条件（11）が課されるのだ。アインシュタイン自身は、条件（11）によって相対性原理（9）を保持しようとした。だが科学史的に注目されたのは、正にそのことが「電磁気学のパラドクス」を解決した、という所にあったのである。

条件（11）を見てみよう。電界を表す記号「E_z」「E'_z」の下付き文字zは、先の図（6）の座標軸zを表している（ちなみに「B_y」のyもそのy軸を表している）。つまり条件（11）はローレンツ力を表す図（6）に即したもので、vは電荷の速度、そして新たに光の速度c（$=3.00\times10^8$m/s）[35)] が加えられているのである。速度vが認められることからも分かる通り、図（6）は静止座標系Kの視点で描かれている。そして図（6）に電界は認められていない。従って、$E_z=0$ である。

式（11）が図（6）を表す限り、vは静止座標系から見た電荷qの速度でしかない。それは光速度cよりも遥かに小さいから、$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \fallingdotseq 1$ と成る[36)]。

以上2つ、即ち $E_z=0$ と $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \fallingdotseq 1$ を式（11）に代入すると、次が得られる。

（12）　$E'_z = vB_y$　（竹内淳 2013, p.220）

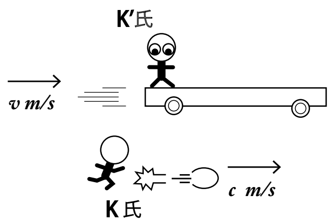
結局この（12）が、図（6）で、式（11）が実質的に意味する所と成る。即ち、電荷qの相対速度vと、磁束密度 B_y は静止座標系Kで観察されたことである。それに対し、電界E'zは運動座標系K'で観察されることである。つまり式（12）は、「Kで観察されたことをK'に翻訳すると、電界 E'_z として受け止められる」[37)] と言っているのである。さて、静止座標系Kで観察されたことは元々、vと B_y だけではなかった。フレミングの左手の法則（7）により、ローレンツ力Fも観察されていたのである。式（12）は、その力Fが、運動座標系K'で見た電界 E'_z だと言っているのである。このことは電界の単位がN/Cとしてニュートン N、要は力Fの一種であったことを考えれば受け入れられよう（註20参照）。この様にしてアインシュタインは、運動座標系K'においては消え去るように思われたローレンツ力Fを、電界 E'_z として復活させたと同時に、その正体を明らかにしたのである。竹内淳はこのことを手短にまとめて「ローレンツ力とは、電磁現象の相対論的効果である」と述べている（2013, p.221）。

第２章　ローレンツ変換と相対性理論

§7　エーテル仮説

こうして相対性理論で当初議論されていたことが分かった。それは当時の電磁気学の説明に対する不満に端を発していたのである。しかしながら絶対静止空間とは何か、ローレンツ変換とは何か、ということを私達は未だ分かっていない。後半では、これらの問題に立ち入ることにしたい。そのためにまず手掛かりと成るものがある。それは「エーテル（英 ether／独 Äther）」[38] と呼ばれる光の波を伝える媒質[39] の存在仮説である。アインシュタインも指摘する通り（Einstein 1905, pp.891–892）、エーテル仮説こそが絶対静止空間という概念の根底にはあった。しかしなぜエーテルという「物質」が、絶対静止空間という「形式」に繋がって行くのか。その点からまず、考えてみよう。

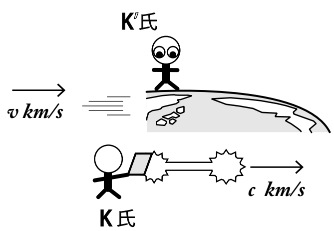
（13）　状況設定（台車とボーリング）



この状況を見て欲しい。秒速 v m（以下 v m/s）で走る台車に乗っている K' 氏が、地上で K 氏の投げた c m/s のボーリング球を見ている。普通の考え方をすれば、K' 氏から見たボーリング球の速さは c-v m/s である[40]。なぜ K' 氏がボーリング球の速さを、他の速度（台車の速度）も含めた複合的なもの c-v m/s と考えなければならないのに、K 氏は単純にボーリング球の速さだけを考えれば良いのか。これは偏に K 氏の居る場所が、どっしりとした静止座標系、つまり絶対静止空間だと考えられるからである。

エーテルが絶対静止空間だと言えるのは、ほぼこれと同じ状況で説明できる。次の設定で考えてみよう。

（14）　状況設定（光とエーテル）



状況（13）と似ているが、K' 氏が乗っているのは今度は地球である。それは公転速度に当たる v m/s で移動している[41]。この状況で、K' 氏が地球上においてランプやレーザー[42]

を使い光線を発射したと考えてみよう。だが、不思議なことにエーテル仮説によれば、この光線発射は地球上で為されたのにも拘らず、地球外にある 1 点から発射されたことと考えられる。つまり、図（14）に示した通り、光線は、地球上で K' 氏によって発射されたのにも拘らず、実際は地球外の静止した宇宙空間の 1 点に居る K 氏によって代理されると考えられるのである。

§8　真空、エーテル、絶対静止空間

なぜこんなおかしな考え方（K' 氏の光線発射の K 氏による代理）をしなければならないのか。そこには光が伝わる媒質[43] の問題が絡んでいる。地球上で発射された光が、そのまま地球「上」で発射されたと考えられるためには、光が地球の運動に「連動する何か（媒質）」を伝搬しなければならない。そういった媒質の典型例は、空気だろう。空気を伝わる波動[44] の代表は音である[45]。音の場合、（13）の様なおかしな考え方をする必要は無い。しかし、光は真空中をも伝わってしまった。日本語で「真空」と聞くと分かり難いが、実際には何も無い「空虚 = 真空（vacuum）」である。エーテルとは実はこの何も無い空間、空虚の代替案に過ぎない[46]。二つのもの（エーテルと空虚）は本質的に同じなのである。だから物質（内容）でありながらエーテルは形式であり得た。つまり絶対静止空間に成り得たのである。

空間であることは分かったが、ではなぜ、エーテルに「静止」という属性が与えられたのだろうか。それはエーテルが「完全透過性」を持つと考えられたからである。この点について、ラッセル（Bertrand Russel 1872–1970）の説明を読んでみよう。

> （15）［光の］波がエーテルの中にあると考えられたのなら（and therefore）、［地球上で私達が確認する］光の速度（velocity）は、エーテルに対する相対速度であった、ということに成らねばならない（be relative to the aether）。さて、エーテルは天体の運動に何ら抵抗（resistance）[47] を示さない［と考えられていた。だから］「天体はその運動によってエーテルを引きずらない」[48] と仮定することは、当然だったと言えよう。（Russel 1985, p.27）

だから光の速度をエーテルに対する相対速度として考える時、天体運動――要は地球の運動――に引きずられない完全透過性をもったそれ（エーテル）に対する相対速度として計算されなけれねばならない。この時エーテルは完全透過性によって、地球の運動に常に置き去りにされる。言い換えれば「常にそこにある」、「静止している」。こうしてエーテルに「静止」の属性が与えられたのである。

§9　光速度不変の原理

この絶対静止空間としてのエーテルを伝わる光のイメージをその速度計算に反映させてみよう。その時、私達が地球上で観察する光の速度 V m/s は、絶対静止空間としてのエーテルを伝わる光の速度 c m/s から、地球の公転速度 v m/s を引いた値、即ち $c-v(=V)$ m/s

だったことが分かる。これが、図（14）に示されている考え方である。だがこの考え方を、エーテル仮説諸共、打ち破ったのが、有名な 1887 年に行われた物理学者マイケルソン（A.A.Michelson 1852–1931）と化学者モーレー（E.W.Morley 1838–1923）の実験である[49)]。

仮に私達が §8 で考えた様にして光の速度を相対速度として計算するなら、光の方向を様々に変化させることで、異なる相対速度が算出されるはずである。しかしマイケルソンとモーレーの実験結果によれば、そういった異なる相対速度は検出されなかった[50)]。

古典物理学を信奉する限り、この実験結果自体が乗り越えられるべきだと考えられよう[51)]。しかしアインシュタインはそれとは正反対に、マイケルソンとモーレーの実験結果自体が出発点に成ると考えた。そこから生み出されたのが次の「光速度不変の原理」である。

（16） 光は、［反射や屈折を促す］他の物質が無い空間なら（im leeren Raum）、光源（der emittierende Körper）の運動状態とは無関係に、一定の速度 c [m/s][52)] で伝わる（sich fortpflanzen）。（Einstein 1905, p.892）

この原理によれば例えば状況（14）で光を観察した時、K' 氏も K 氏も光の速さに関しては観察内容を共有することに成る。これが如何におかしな話かは状況（13）に戻って考えれば分かるだろう。K' 氏が自分の乗っている台車は動いていると分かっているのに、ボーリング球が一向に減速しないのである。K' 氏は地上に降りて見た時に比べて、ボーリング球が遅くなり少しずつ先に進むのを期待している。しかしそれは地上で見た時と同じ様にぐんぐん先へと進んで行くのである。こういう時、人はどう思うだろうか。「自分の居る場所は、何かおかしく成ったんじゃないか」と思うのではないか。アインシュタインはこの「おかしさ」を数学的に表現する手段を用意していた。それが「ローレンツ変換（Lorenz transformation）」である。

§10 ガリレイ変換

ローレンツ変換に進む前に、普段私達が「おかしくない」と思う光景を保証していた計算方法を確認しておこう。ローレンツ変換に対置されるものとして、それは「ガリレイ変換（Galilei transformation）」と呼ばれる。

ガリレイ変換にせよローレンツ変換にせよ、それらは 2 つの座標系の時刻と位置を交互に翻訳するための変換式である。「座標系（coordinate system）」とは何だろうか。まず押さえておくべきこととして、それは時間軸を含んでいない。だから普通、物理の議論をする時に使う時間軸を含んだ座標平面を、以下「t − x 図」[53)] と呼び、座標系と区別することにしたい。時間軸が無い分、座標系はそれそのものが動く。本稿では、静止しているものを「静止座標系」[54)]、等速直線運動をしているものを「運動座標系」と呼んで区別することにしたい[55)]。普通「K」は静止座標系を表し、「K'」は運動座標系を表す。しかし「K 氏」や「K' 氏」と言った時、相対運動の関係で（§3）、K' 氏が基準と成って静止座標系に成ることもあるから[56)]、必ずしも K や K' といった記号がそれぞれ静止と運動を表すわけではない。

「t − x 図」という呼び方からも分かる通り、私達が考えるのは x 軸だけしかない 1 次元の

座標系である。相対運動を念頭に置きつつ、静止している——というより基準に成る——座標系（静止座標系）の観察内容をコンマの無い「t－x図」で表し、その図における座標を「(x, y)」で示すことにしたい。他方、相対的に動いて行く座標系（運動座標系）の観察内容をコンマのある「t'－x'図」で表し、その図における座標を「(x', y')」で示すことにしたい。

以上の取り決めに従うと、ガリレイ変換は、次の連立した一次式[57]で表される。

（17）　ガリレイ変換の一次式による表現（久保ほか 1987, p.254）

$$\begin{cases} x - vt = x' \\ t = t' \end{cases}$$

ここでvは定数であり、静止座標系Kから見た運動座標系K'の相対速度を表している。「v」であって「－v」ではないことに注意して欲しい。状況（13）で言えば、台車はK氏から見るとvの速さで進んで行く。この時「K氏の座標系でx軸方向（右方向）にx mに位置する所」をK'氏の世界、というより観察内容に翻訳する[58]場合、K氏は自分の台車が動いた分（vt m）だけ差し引かねばならないから、x' = x － vt。このように「K氏の座標系でx mと観察されることことを、K'氏の観察内容に翻訳するとどうなるか」を表しているのが、ガリレイ変換なのである。さて、線形代数[59]が教える通り、連立された一次式と、行列（ぎょうれつ matrix）の間には厳密な対応がある[60]。行列の計算方法が分かって入れば直ぐに見て取れることなのだが、上記（17）の連立一次式には、次の行列が対応させられる。

（18）　ガリレイ変換の行列による表現

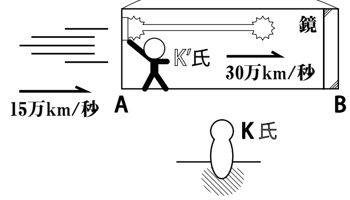
$$\begin{pmatrix} 1 & -v \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix}$$

この（18）の方が、静止座標系Kの観察内容（x, t）を、運動座標系K'の観察内容（x', t'）に写像する、というガリレイ変換の関数的な動きが見て取れて良いだろう[61]。

§11　新しい状況設定

早速ガリレイ変換を使ってみよう。話の筋からして状況（13）や（14）をそのまま受け継ぐべきだが、ローレンツ変換の新奇さ（novelty）を見るには、次の設定が重宝されている[62]。

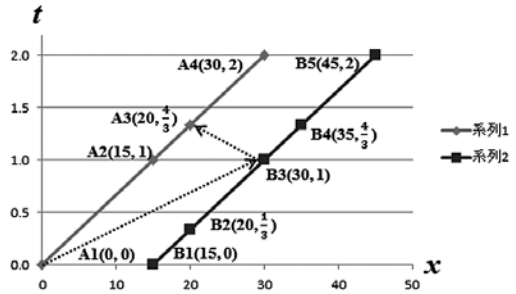
（19）　状況設定（ロケットと光）



15万km/sで走る長さ15万kmのロケットに乗ったK' 氏が、その後端Aにあるボタンを押し、15万km先にある先端Bに向け光を発射した。先端Bには鏡がありK' 氏の所に光は反射して戻る様に成っている。これを他方で地上から静止した状態で観察しているK氏が居る。

この状況をまずガリレイ変換で考えてみたい。K氏の観察内容をt－x図で表してみよう。

（20） K氏の観察内容[63]



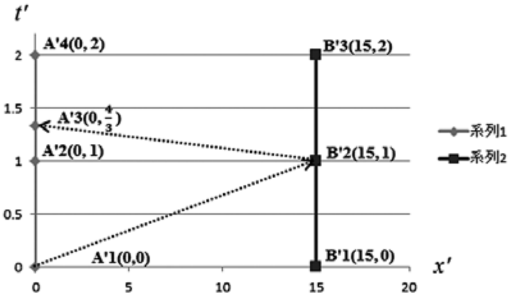
縦軸に時間t秒、横軸に位置x万kmを取っていることに注意して欲しい。また横軸の数値で「万」は省略されている。K氏から見てロケットの後端Aは、A1（0,0）→A2（15,1）→A4（30,2）と進んで行く。これは秒速が15万kmだったことを考えれば当然であろう。それに対し先端Bは、B1（15,0）→B3（30,1）→B5（45,2）と進んで行く。これもロケットの長さが15万kmであったことを考えれば当然であろう。つまり「系列1」はロケットの後端の移動の軌跡を、「系列2」はロケットの先端の移動の軌跡を表す。破線A1（0,0）→B3（30,1）→A3（20, $\frac{4}{3}$）はK氏から見た光の軌道を表している。これは次節で扱う。B2（20, $\frac{1}{3}$）とB4（35, $\frac{4}{3}$）はグラフ作成上の便宜である。

§12　古典物理学の場合

状況（19）でエーテルを仮定した時、光の速さが約30万km/sで一定に見えるのはK氏の方である。これは通常、電車の中でのボールの相対運動を論じる場合などと逆である[64]。しかし電車の中のボールなどを考える時、ボールは電車の速度で「既に走っている」。これに対し、エーテル仮説で光を考える時、光が光源と共に走っているということはない（§7）。このため奇妙なことであるが、光が減速したり加速したりして見えるのはロケットの中に居るK' 氏の方である。これは先の設定（14）と同じである。状況（19）でロケットは、設定（14）での地球に他ならないのだ。では、このエーテル仮説の下、K氏の観察内容（20）を、ロケットの中に居るK' 氏が受け止めるとどうなるか。「受け止める」とは、K' 氏の観察内容へと翻訳される、ということである。その翻訳は目下の場合、ガリレイ変換によって行われる。公式（18）について代数表現それぞれに、設定（19）の具体的数値を代入してみよう。と言っても必要なのはK氏から見たロケットの速さだけであり、これはv=15（万km/s）である。これを公式（18）の係数行列[65] $\begin{pmatrix}1 & -v\\0 & 1\end{pmatrix}$ に代入すると、行列 $\begin{pmatrix}1 & -15\\0 & 1\end{pmatrix}$ が得られる。これを使いK氏の観察内容A2（15, 1）をK' 氏にそれに翻訳してみよう。$\begin{pmatrix}1 & -15\\0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}15\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$。従ってK氏の観察内容A2（15, 1）をK' 氏のそれに翻訳するとA'2（0, 1）に成る。こんな具合に、K氏の

観察内容（20）の座標全てにガリレイ変換を施すと、次が得られる。

（21）　K 氏の観察内容のガリレイ変換



K' 氏の観点では、ロケットの後端 A と先端 B の位置は全く変わらない。時間だけが過ぎて行く。当り前と言えば、当り前の話である。

ここに光がどう見られるか書き加えてみよう。一旦、図 (20) に戻って欲しい。K 氏の場合、光は一定して 30万km/s で鏡に反射して帰って来るから、単純に一次関数 $t=\frac{1}{30}x$ と $t=-\frac{1}{30}x+2$ の交点の話と成り[66]、図（20）中の破線部の様に成る。それに対して K' 氏の場合、光は行きにおいてロケットの運動の分だけ減速し、30万km/s − 15万km/s = 15万km/s の速さに成る。だが帰りは逆に加速され、30万km/s + 15万km/s = 45万km/s の速さに成る。このため、一次関数 $t=\frac{1}{15}x$ と $t=-\frac{1}{45}x+\frac{4}{3}$ の交点の話と成り、図（21）中の破線部の様に成る。

一方で K 氏の場合 B3(30, 1) と A3(20, $\frac{4}{3}$) が示す通り、他方 K' 氏の場合 B'2(15, 1) と A'3(0, $\frac{4}{3}$) が示す通り、共に発射後 1 秒で光は鏡に到達し、発射後 $\frac{4}{3}$ 秒で戻って来る。古典物理学は上手くできている、としか言いようがない。

§13　ローレンツ変換

しかし §12 の議論はエーテルの存在を仮定してしまっている。それはマイケルソンとモーレーの実験で否定されたものである（§9)。だから私達はそれに従うことはできない。その代りローレンツ変換を論じるべきなのである。では、その切り開く新奇な世界を見てみよう。まずガリレイ変換の表記（17）と（18）に対応させて、ローレンツ変換を次の様に表す。

（22）　ローレンツ変換の一次式による表現

$$\begin{cases} \dfrac{x-vt}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}=x' \\ \dfrac{-\dfrac{v}{c^2}x+t}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}=t' \end{cases}$$

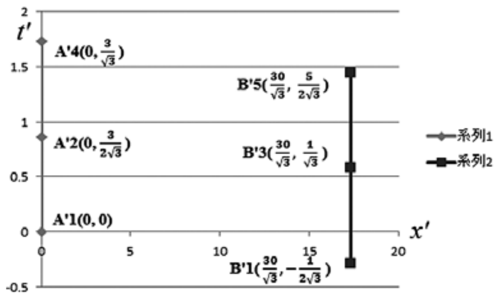
（23）　ローレンツ変換の行列による表現

$$\begin{pmatrix} \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} & -\dfrac{v}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} \\ -\dfrac{\dfrac{v}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} & \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix}$$

これに従い、先に見た K 氏の観察内容（20）がローレンツ変換によりどう翻訳されるのか見てみたい。

式（23）の係数行列$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} & -\frac{v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \\ -\frac{\frac{v}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} & \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \end{pmatrix}$に設定（19）の具体的数値を代入してみる。v=15（万km/s）、c=30（万km/s）だから、$\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{3}} & -\frac{30}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{30\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$が得られよう。これに例えば、K 氏の観察内容 A2（15, 1）を掛けると、$\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{3}} & -\frac{30}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{30\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 15 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{3}{2\sqrt{3}} \end{pmatrix}$。従って、A'2(0, $\frac{3}{2\sqrt{3}}$) と成る。こんな具合に、K 氏の観察内容の座標全てにローレンツ変換を施すと次が得られる。

（24） K 氏の観察内容のローレンツ変換



最早、光の反射は考慮に入れていない。K 氏の観察内容（20）が、K' 氏のそれへと翻訳されると一体何が起こるのかということだけが表されている。図（24）で直行している x 軸と t 軸はどっしりと K' 氏の観察内容をそのままの形で仕切っていることに注意しよう。A'1 と B'1 を結び K' 氏にとっての同時性を新たに得る[67]、といったことは考えられていない。また図 (24) はローレンツ変換を使った翻訳だから、あくまで K 氏に対して相対的にだが「運動する」ロケットの中で K' 氏が受け止める K 氏の観察内容である。従って図（24）は「運動する」ロケットの中での観察内容である。この点で後の図（25）とは決定的に異なる。

§14 時間の遅れ、ローレンツ収縮

図（24）は何を意味しているのであろうか。ここでよく言われるのは「時間の遅れ」と「ローレンツ収縮」である。「時間の遅れ」から扱おう[68]。K 氏が図（20）で 1 秒と考えていた A1 から A2 そして A4 への時間間隔[69] は、K' 氏にとっては A1' から A2' そして A4' への時間間隔[70] に成っている。そして驚くべきことに、それは 1 秒ではなく、$\frac{3}{2\sqrt{3}}$ = 約 0.866 秒しか進んでいない[71]。つまり、K' 氏の方では「時間が遅く」進んでいるのである。

次に「ローレンツ収縮」である[72]。図（20）で K 氏にとって 15万km だった A1 から B1[73]、つまりロケットの長さは、K' 氏にとっては A'1 から B'1 の長さ[74] に成る。驚くべきことに、これは 15 万 km ではなく、$\frac{30}{\sqrt{3}}$ = 約 17.32万km に成っている。つまり、K' 氏が約 17.32 万 km だと判断する長さを、K 氏は 15万km と判断していたのである。即ち、静止座標系で K 氏の観察したロケットの長さを、運動座標系で K' 氏が受け止めると、実はもっと

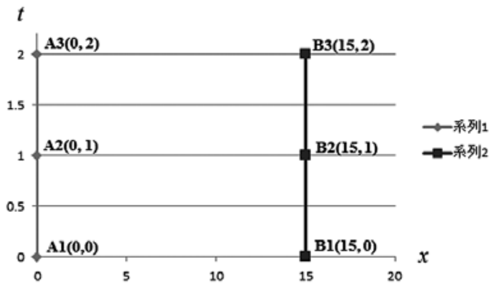
長かった、つまりＫ氏は（それが実際の長さかどうかということは別にして）運動するロケットの中でK'氏が理解するロケットの長さよりも「短い（収縮した)」長さを観察していたのである。

§15　翻訳不可能性

ローレンツ収縮に関して言えば若干種明かしめいたものがあって、ロケットの長さを「同時に」測っているのはＫ氏のみで、K'氏は同時に測っていない。この若干の違いが両者の観察内容の違いを生み出していると言える[75)]。いずれにせよ、'図（24）は観察内容としては既に破綻してしまっている。K'氏にとってロケットの先端B'1は、東京とニューヨークの様に「時差」を起こしてしまっているのだ。確かに設定（19）でロケットの長さを何十万kmとしたことからそれは呑み込めそうだが、そこにポイントはない。

では逆に、今度はロケット内のK'氏を基準にして、つまり彼を静止座標系として状況（19）を観察させたらどう成るか。

（25）　静止座標系としてのK'氏の観察内容



t'－x'図（24）と違い、この観察内容においてK'氏は「(相対的に）静止している」。今や彼の世界、座標系が基準だからである。運動しているのは寧ろＫ氏の方で、ロケットの進行方向とは逆にＫ氏は置き去りにされて行く。相対運動の考え方からすれば至極当然である（§3)。

これをローレンツ変換して、運動座標系と成ったＫ氏の観察内容に変えてみたい。ロケット内で光が進む方向をプラス（正）の方向とすれば、たとえ状況設定（19）で向かい合って互いに同じ右方向に進むのであっても、K'氏から見たＫ氏の運動方向はマイナス（負）である。従って、ローレンツ変換の公式（23）でｖを－ｖで置き換える。結果、行列は次の（26)、具体的な数値を入れると（27）に成る（係数行列のみ記す)。

（26）　K'氏からＫ氏へのローレンツ変換

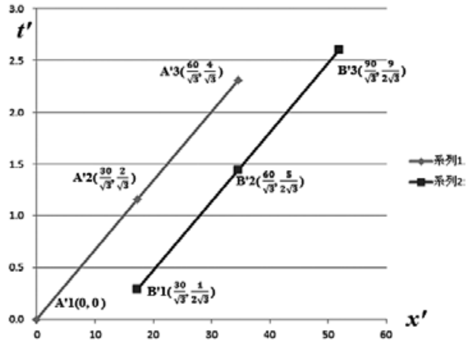
$$\begin{pmatrix} \dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} & \dfrac{v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \\ \dfrac{\frac{v}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} & \dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \end{pmatrix}$$

（27）　K'氏からＫ氏へのローレンツ変換

$$\begin{pmatrix} \dfrac{2}{\sqrt{3}} & \dfrac{30}{\sqrt{3}} \\ \dfrac{1}{30\sqrt{3}} & \dfrac{2}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$$

奇しくもこれはローレンツ「逆」変換である[76]。だが注意せよ、確かに図（24）にローレンツ逆変換を施せば、図（20）に戻る[77]。しかし今私達が係数行列（26）を掛けようとしているのは、(24）ではない。(25）のグラフなのである。結果、得られるのは次である。

（28） K' 氏の観察内容のローレンツ変換



これは K' 氏の観察内容（25）を、K 氏が受け止めた結果である。A'1 から A'2 そして A'3 と見れば分かる通り[78]、時間間隔が $\frac{2}{\sqrt{3}}$ = 約 1.154 秒に伸びている。これは K' 氏の申告する「1 秒間」例えば図（25）の A1 から A2 の長さが K 氏には遅く感じられる、言い換えれば進みが遅いということを意味している。逆に言えば地上に居る K 氏の方が時間の進みが「速い」のである[79]。

ロケットの長さも、例えば A'1 から B'1 の長さ（x 座標の差）を見てみれば分かる通り、$\frac{30}{\sqrt{3}}$ = 約 17.32万km と長くなっている。つまり K 氏が約 17.32万km と判断する長さを K' 氏は 15万km だと判断していた、即ち収縮した長さを申告していたのである。しかも K' 氏が「同時に」認識しているはずの立っている場所とロケットの先端[80] は K 氏にとっては同時でない[81]。

以上の議論から分かるのは結局、ローレンツ変換で考える限り、K 氏の観察内容（20）は K' 氏にとって t' − x' 図（24）を意味し、K' 氏の観察内容（25）は K 氏にとって t' − x' 図（28）を意味する、ということである。要は、互いに相対運動を認められる 2 人の観察者の間では、互いの観察内容の意味不明なのである。だから竹内淳も結局、相対運動する座標系での観察とは互いに「完全に別の事象」だと結論づけている（2013, pp.109–110)。

§16 むすび

この（ローレンツ変換により）変換可能でありながら互いに意味不明であることを、私達は「翻訳不可能性」と名付け本稿の結論とすることにしたい。もちろん「双子のパラドクス」などを考えればそこで終わることなどできないのだが（竹内淳 2013, pp.61f.)、初歩的なレベルではこれで十分であろう。相対的に運動する 2 人の観察者の観察内容は、互いに理解できない、より正確には、理解し難いものなのである。これがローレンツ変換と相対性理論の教える所である。しかしだからと言って、道ですれ違う人が自分と異なる時空感覚を持つと考えるのは尚早だろう。ローレンツ変換の式（22）あるいは（23）と、ガリレイ変換の

式（17）あるいは（18）とをもう一度見比べて欲しい。私達が普段経験する視点の移動速度 v などは、光の速度 c= 約 30 万 km/s に比べたら遥かに遅いものである。従って、$\frac{v}{c} \fallingdotseq 0$ である。2 乗すれば尚更ゼロに近づくから、ローレンツ変換の式で $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \fallingdotseq 1$、$\frac{v}{c^2} \fallingdotseq 0$ に成る。計算してみれば分かる通りこれは結局、ローレンツ変換がガリレイ変換に戻るということを意味する。決してエーテルや絶対静止空間を前提してはいないが、そのようにして私達は古典物理学の教える日常経験にいつでも戻ることが保証されているのである。

註

1）このため本稿で言われる「相対性理論」とは「特殊相対性理論」に限定される（内山 1988, p.3）。

2）アインシュタインが使っている「電気動力学（独 Elektrodynamik）」という用語だが、これは普通「電気力学」と訳されマクスウェルの「電磁気学（独 Elektromagnetik）」を意味する（cf. 久保ほか 1987, p.856, p.858; 金子 2017, p.175f., p.186 註 33）。

3）セクション番号は後の参照のために通し番号で付けて行く。

4）後に「静止座標系」と呼ばれる（§10）。

5）この「磁束」という言葉もそうだが、「磁気（magnetism）の働く空間（磁気作用空間）」を何と呼び、どう考えるのかが初めに説明されなければならない。

まず「磁束（magnetic flux）」とは記号Φで表され、特に電磁誘導の話で考えられるものである。敢えて定義するなら、それは「電流（ローレンツ力を考えれば電荷と同じ）に作用するものとして考えられた磁気線（磁束線）の束」である。「flux」を強調すれば「磁束線の流入量」とも訳せよう。

ここではまだ「磁力（磁気力 magnetic force）」という言葉は出て来ない。それが出て来るのは「磁界」に話を変えてからである。「磁界（磁場 magnetic field）」とは記号 H で表され、電流への作用云々を抜きにして考えられた磁力（磁気力）の強さのことである。それは N 極と S 極で区別され、2 つの「磁極（magnetic pole）」間に発生するものと考えられる。単位の決め方が独特で、「 ①同じ強さの磁極（これは 1 本の棒磁石を真ん中から切断すれば手に入れられる）を 1m 離して持ち、②その時働く力の強さが $\frac{10^7}{(4\pi)^2}$ N である（これはフックの法則を利用してバネ秤でも使えば計測できる）」ならば、その時の各磁極の磁力の強さを 1 ウェーバ（Wb）とする、といった具合である（大槻ほか 2007, pp.122–123; 國友ほか 2013, p.267）。私達が注目すべきなのは、この定義の煩雑さというよりむしろ背景にある考え方で、そこには明らかに、次の「(i) 磁界についてのクーロンの法則」が念頭に置かれている。（以下、註内でローマ数字で通し番号でふる。）

(i)　$F = k_m \frac{m_1 m_2}{r^2}$　（國友ほか 2013, p.267）

$k_m = \frac{10^7}{(4\pi)^2}$である。$m_1$、$m_2$、r を全部 1 にすれば、即座に 1Wb が出て来るのが分かる。

H（単位 Wb）で表される磁界つまり磁力に対し、B で表される「磁束密度（magnetic flux density）」なる概念がある。それこそ本註冒頭で述べた磁束Φの強さを、濃度（密度）として表している。注目すべきことに、この磁束密度 B の背景には次の「(ii) フレミングの左手の法則」が念頭に置かれている。

(ii)　$F = IB\ell$　（本文（5）に同じ）

フレミングの左手の法則では、左手の親指に力（アンペール力で下記 F)、人差し指に磁気作用（下記 B)、中指に電流（下記 I で強さ、ℓ で電線の長さ）をなぞらえるのだが、ここで言われた B が磁束密度に他ならない。このように磁束密度 B はフレミングの法則の中で「電流に働きかける何か」と、電流を介され間接的にしか捉えられていない。これは磁界 H で磁気作用が直接的に捉えられていたことと対照的である。　このことは磁束密度の単位決定からも窺われる。つまり、フレミングの左手の法則の状況において「1A の電流が流れる 1m の導線が、1N の力を受けた時」を 1 テスラ（T）と名づけるのである（大槻ほか 2007, p.129)。

以上から磁気作用空間には、①磁界 H（単位 Wb）と、②磁束密度（単位 T）という 2 つの捉え方があることが分かる。ただ両者は最終的に次の式で結びつけられてしまうので相違は計算上破棄されてしまう。

（iii）　$B = \mu H$　　（大槻ほか 2007, p.131）

μ は透磁率と呼ばれる定数で、真空で $4\pi\times10^{-7}=12.56\times10^{-7}$。実は、この公式から真空とは異なる透磁率を持つ物体（例えば鉄）を介在させれば、一定の磁界 H からもっと強い磁力が磁束密度 B として得られることが分かるのだが、その話はここでは割愛したい（竹内淳 2002, pp.84–88)。

6）「Δ」は「変化量（difference)」を表す。「ΔΦ」で 1 つの記号であり、この場合「Φの変化量」を表す。

7）金子（2017, p.188 註 44）の説明参照。ちなみに電磁誘導の法則は正確にはコイルの巻き数 N を伴って、$V=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ と定式化されることもあるが（大槻ほか 2007, p.145)、ここでは割愛している。

8）アインシュタインも述べる通りである（Einstein 1905, p.893)。この箇所については、内山（1988, pp.103–105）の説明が非常に参考になる。

9）竹内淳（2013, p.203）の説明と、内山（1988, p.44 註 15, pp.76f.）の説明参照。ちなみに、フレミングの左手の法則とローレンツ力については §4 で説明する。

10）後に「運動座標系」と呼ばれる（§10)。

11）物理の教科書を見よ（大槻ほか 2007, pp.144–145)。

12）以下、竹内淳（2013, pp.201f.)、内山（1988, pp.102f.）の解説参照。

13）アンペール（André Mrie Ampére 1775–1836）はフランスの物理学者で電流の単位 A（アンペア）に名前を残している。彼は、イギリスの電気工学者フレミング（John Ambrose Fleming 1849–1945）よりずっと前の時代の人でもある。久保ほか（1987, p.59, p.1134）の解説参照。

14）以下の議論は、竹内淳（2013, pp.190–225）の説明に負っている。

15）「II. Elektrodynamischer Teil」(Einstein 1905, pp.907–910)。

16）当時アインシュタインが「推測（Vermutung)」と呼んだ相対性原理の文面は次の通りである。

（iv）　絶対静止（die absolute Ruhe）という概念は、力学だけでなく、電気動力学においても何ら対応する［物理学的な］現象が無い。むしろ力学の方程式が成立する座標系すべてにおいて、同一の電気動力学の方程式、同一の光学の方程式が成立するのだ。(Einstein 1905, p.893)

古典物理学の結論として、電磁気学の方程式（法則）は、ガリレイ変換によっては保存できないことが分かっていた（久保ほか 1987, p.254)。それにも拘らず、ひっくり返して「同一の電気動力学（電磁気学）の方程式が［...］成立する」と言い切った所にアンシュタインの原理の新しさがある。

17）「相対性原理は今や次のことを要求する。即ち、マクスウェル－ヘルツの方程式は、もし［静止座標系 K］において［真空空間に対して］成立するなら、同様に［運動座標系 K'］においても真空空間に対して成立する」（Einstein 1905, p.908）。「マクスウェル－ヘルツの方程式」については次註参照。

18）　これを 4 つの式として整理したのはヘルツ（Heinrich Rudolf Herz 1857–1894）の功績だと考えられているので、「マクスウェル－ヘルツの方程式（Maxwell–Hertz equations）」とも呼ばれる（久保ほか 1987, p.1249）。

19）　竹内淳の説明が分かり易い（2002, p.158; 2013, p.201）。

20）　電界（電場 electric field）E には磁界 H と同じ説明方式を採用できる（註 5 参照）。つまり電界とは正電荷と負電荷に区別された 2 つの「電荷（electric charge）」間に発生するものと考えられる。この限りでは次の「（v）電気力についてのクーロンの法則」が念頭に置かれる（大槻ほか 2007, p.86; 竹内淳 2002, p.64）。

（v）　$\mathrm{F} = \mathrm{k}\frac{q_A q_B}{r^2}$　（Fは電気力で単位はN、k=9.0×10^9、q_A と q_B は点電荷で単位はC、rは距離で単位はm。）

しかし電界の概念そのものは、このクーロンの法則から数学的操作によって取り出される。

（vi）　$\mathrm{F} = \mathrm{k}\frac{q_A q_B}{r^2} = q_B \times \mathrm{k}\frac{q_A}{r^2} = q_B \times \mathrm{E}$　（竹内淳 2002, pp.65–66）

この等式の両端を見ると、電界と電気力を結びつける等式「F=qE」（大槻ほか 2007, p.92）が成立しているのが分かるだろう。だがここで重要なのは、この操作（vi）の途上で、次の様に定義されていることである。

（vii）　$\mathrm{E} = \mathrm{k}\frac{q_A}{r^2}$

意味について考えると、（vi）より「F=q_B×E」だから、E はそれが媒介と成って電荷 $\mathrm{q_B}$ が受ける力 F を算出する何かだと理解できよう。実際、それが電界の定義なのである。その単位は、同じく「F=q_B×E」を移項すれば「$\frac{\mathrm{F}}{q_B} = \mathrm{E}$」だから、N/C（ニュートン毎クーロン）だと分かる（國友ほか 2013, p.208）。

21）　無論ここでのガウスの法則の表記は初歩的であり、普通、以下の積分形か微分形が用いられる。

（viii）　電界についてのガウスの法則の積分形（竹内淳 2002, p.125, p.212）

$$\int \vec{E} \cdot \vec{n}\, dS = \frac{1}{\varepsilon}\int \rho dv$$

（ix）　電界についてのガウスの法則の微分形（竹内淳 2013, p.201; 和田 1994, p.96）

$$\mathrm{div}\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad (\mathrm{div}\,\vec{E} = \nabla \cdot \vec{E})$$

理解にはベクトル解析の知識が必要である（矢野・石原 2009, p.28; 竹内淳 2013, p.201）。

22）　ガウスの法則は、註 20 で言及した仕方でクーロンの法則を使って説明できる（竹内淳 2006, pp.116–119）。まず点電荷から電界が放出されていると考えると、その放出は次の球面積の公式で捉えられる。

（x）　$E \times 4\pi r^2$

　E は単位面積 $1 \times 1\mathrm{m}^2$（クーロンの法則の r m に合わせている）における電界、$4\pi r^2$ は球面の面積を表す。この（x）に、上記（vii）$E = k\frac{q_A}{r^2}$ を代入すれば、次が得られる。

（xi）　$E \times 4\pi r^2 = 4\pi k q_A$

　これは、左から右へと代入結果を述べている。ここで、$\varepsilon_0 =_{def.} \frac{1}{4\pi k}$ と定義すれば、この（xi）の右辺からガウスの法則が出て来る。ちなみに ε_0 は「真空の誘電率」を表す（大槻ほか 2007, p.105）。

23）　電磁誘導の法則の積分形と微分形をここに載せておきたい（cf. 矢野・石原 2009, p.32）。

（xii）　電磁誘導の法則の積分形（竹内淳 2002, p.146; 金子 2007, p.14 note44）

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{d}{dt}\int \vec{B} \cdot \vec{n}\, dS$$

（xiii）　電磁誘導の法則の微分形（竹内淳 2013, p.201; 和田 1994, p.96）

$$\mathrm{rot}\overrightarrow{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\mathrm{rot}\overrightarrow{E} = \nabla \times \overrightarrow{E})$$

24）　磁束密度 B の単位がテスラだったことを考えると（註 5）、これはおかしいと思われるかも知れないが、あくまで慣例的なものと受け取って欲しい（國友ほか 2013, pp.276–277）。

25）　§2 ならびに金子（2007, pp.188–189 note4）の説明も参照して欲しい。

26）　色々な言われた方がされる（竹内淳 2002, p.143, p.159; 大槻ほか 2007, p.124; 國友ほか 2013, p.268）。数式で表すことももちろん可能である。「一方の磁極を中心として広がる球面をカクカクした単位面積 ΔS（微分以前の微小な大きさ）で捉えた時（竹内淳 2002, p.145, p.147）、そこを貫く磁束密度を B とすると、その総和はゼロに成る」という意味で、次の通り定式化できる。

（xiv）　$\sum B \times \Delta S = 0$

　これを微分 dS について考えれば積分化できて、次の様に成る。

（xv）　$\int B dS = 0$

　ベクトル解析の知識を持ち込めば、式（xv）には次の積分形が与えられる（微分形も併せて載せる）。

（xvi）　磁界についてのガウスの法則の積分形（竹内淳 2002, p.212）

$$\int \vec{B} \cdot \vec{n} dS = 0$$

（xvii）　磁界についてのガウスの法則の微分形（竹内淳 2013, p.201; 和田 1994, p.96）

$$\mathrm{div}\, \vec{B} = 0 \quad (\mathrm{div}\, \vec{B} = \nabla \cdot \vec{B})$$

27）アンペールの法則、より正確には「アンペール－マクスウェルの法則」と呼ばれる（金子 2017, pp.187–188 註 42）。積分形と微分形をここに載せる（cf. 矢野・石原 2009, p.32）。

（xviii）アンペール－マクスウェルの法則の積分形（竹内淳 2002, p.212）

$$\oint \vec{H}\cdot dr = \int \vec{j}\cdot\vec{n}dS + \frac{d}{dt}\varepsilon\int \vec{E}\cdot\vec{n}dS$$

（xix）アンペール－マクスウェルの方程式の微分形（竹内淳 2013, p.201; 和田 1994, p.96）

$$\mathrm{rot}\vec{H} = \vec{j} + \varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial \mathrm{t}} \quad (\mathrm{rot}\overrightarrow{H} = \nabla\times\overrightarrow{H})$$

28）金子（2017, pp.187–188 註 42）の説明参照。

29）詳しくは、竹内淳の説明参照（2013, pp.210–223）。他方で、アインシュタインの議論そのものは分かり易いとは言えない（Einstein 1905, pp.907–910）。

30）アインシュタイン（Einstein 1905, p.909）によれば、$Z' = \beta\left(z + \frac{v}{V}M\right)$ である。

31）電界については、註 20 を見よ。

32）磁束密度については、註 5 を見よ。

33）「静止座標系」「運動座標系」という言葉は §10 参照。

34）「移す」「変換する」には後に「（観察内容の）翻訳」という意味が与えられる。§15 以降の議論参照。

35）1849 年フランスの物理学者フィゾー（Armand Hippolyte Louis Fizeau 1819–1896）によって最初に測定された（大槻ほか 2006, p.243）。「秒速 30 万 km」と言われることが多い（竹内淳 2013, p.23）。

36）「≒」で「ほぼ等しい」を意味する。文献によって「≈」やら「≌」やら色々な表され方がされているが、そこに数学的相違があるのか、厳密な説明は見つかっていない。

37）「受け止める」「翻訳する」という表現には後の §15 の議論が念頭に置かれている。

38）有機化学で出て来るエーテルとは違う（竹内淳 2013, p.20; 竹内敬人 2012, p.207）。

39）波を伝えるものを物理学では一般に「媒質（medium）」と言う（大槻ほか 2001, p.202）。

40）要は「相対速度」のことである（大槻ほか 2007, p.14）。竹内淳が説明している通り、相対速度は古典物理学（金子 2017, §8）におけるガリレイ変換のコロラリー（系）でしかない（2013, pp.18–19）。

（xx）$x' = x - vt$　（x 座標についてのガリレイ変換。§10 参照。）

状況設定（13）から、ボーリング球の位置座標は x=ct で与えられるので、これを（xx）に代入して、

（xxi）$x' = ct - vt$

この式を時間 t で微分すると、K' 氏にとってのボーリング球の速度が算出される。

（xxii）$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}x' = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}(\mathrm{ct\text{-}vt}) = \mathrm{c} - \mathrm{t}$

一番右側の c-t が、相対速度に該当する。

41） 地球の公転速度は約 30 万 km/s、自転速度は 460m/s である。光の速度 3 億万 km/s に比べたら、計算の際意味を為すのは公転速度の方だけであろう。従って自転速度は無視される。久保ほか（1987, p.433, p.561）、竹内淳（2013, p.21）の説明参照。

42） 詳しくは竹内淳の説明参照（2013, pp.128–130）。

43） 註 39 参照。

44） 波と同じである（大槻ほか 2006, p.202; 久保ほか 1987, p.988）。

45） 無論、音は水なども伝わるが（大槻ほか 2006, p.224）。

46）「真空嫌悪（horror vacui）」という言葉がある通り、空虚（真空）を認めるか否かは多くの科学者にとって論争の火種であった。私達でさえ、何も無い所を飛び交う分子の図を見せられ「これが気体の状態だ」などと説明された時（大槻ほか 2007, p.185）、その何も無い所はどう考えるのかと問いたくなる。この類の問いに「本当に何も無いのだ」と答えたのがデモクリトス（Demokritos BC460 頃 -BC370 頃）であった。それに対し「形相化されていない質料があるのだ」と答えたのがアリストテレス（Aristoteles BC384-BC322）である。近世においてこのアリストテレスの立場を受け継いだのがデカルト（René Descartes 1596–1650）であり、彼は、空虚（真空）にも実はエーテルが充満し、そこを波動としての光が伝わるのだと考えた。このデカルトの考え方を受け継いだのが、ホイヘンス（Christiaan Huygens 1629–1695）である。湯川（1979, pp.9f.）の説明などを参照。

47）「流体中を運動する物体が流体からうける力の、物体の運動と逆方向の成分」（久保ほか 1987, p.818）。

48） 該当箇所の直訳は「エーテルは天体の運動を共有しない」。

49） 1881 年に初めて行われ、1887 年に精度を上げて「繰り返された」様である（Russel 1985, p.28）。

50） 実験の詳細については割愛する。竹内淳（2013, pp.20–31）の説明参照。

51） 実際、そう考えた物理学者は少なくなかった（竹内淳 2013, p.30）。

52） アインシュタイン原文では「V」。

53） 國友ほか（2012, p.7）、大槻ほか（2006, p.19）の説明参照。ちなみにミンコフスキー空間による説明（竹内淳 2013, pp.92f.）は、私には分かり難かった。内山（1988, pp.126f.）のオーソドックスな t − x 図を使った説明の方が良いと思う。ただそれは、通常の「x − t 図」とは違い横軸に x、縦軸に t を取っているから「t − x 図」と呼ぶことにしたい。

54） 普通「静止系」と呼ばれる（内山 1988, p.111）。

55） 普通、静止座標系も運動座標系もまとめて「慣性系」と呼ばれる（竹内淳 2013, p.15）。

56） 後の §15 の議論がそれである。

57） 一次式とは「〜乗」と普段私達が言うもの（次数）が、1 を超えない整式（単項式、多項式として学校で教えられるもの）のことである。例えば、x − vt は 1 次式（v は定数）である。松坂（1989, pp.58f.）の説明参照。竹内均（2013, pp.41–43）は、ガリレイ変換やローレンツ変換といった座標変換（久保ほか 1987, p.483）が、なぜ一次式で表されなければならないかを上手く説明している。

58） 通常「見る」という表現が使われるのだが本稿では意図的に避けている。§16 の議論参照。

59） 松坂の説明が良いだろう（1990a, pp.1101f.; 1990b, pp.1173–1227）。

60） 松坂（1990b, p.1183）の説明参照。

61） ガリレイ変換ならびにローレンツ変換の「変換（transformation）」は、「1 次変換（linear transformation）」を意味し、「写像（mapping）」の一種である。写像とは、「関数（function）」

をより一般化した概念だと考えれば良いだろう。関数とは私達が、y=f(x) といった表記で習ったあの関数（一次関数など）のことである。松坂（1990, pp.1173f.）の説明参照。

62）　内山（1988, pp.120f.）、竹内淳（2013, pp.105f.）の議論参照。

63）　内山のグラフ（1988, p.126）を元にしている。但し内山の議論では既にエーテル仮説が廃棄されているが、私達の議論ではエーテル仮説はまだ保持されている。後の図（21）が描かれるのは、このためである。

64）　大槻ほか（2007, pp.44f.）の説明など参照。

65）　馬場ほか（2003, p.45）の説明参照。

66）　縦軸に t、横軸に x を取っているため速度（一次関数の傾き）が逆数に成っている。

67）　内山（1988, pp.126f.）や小野（1981, p.103）の説明参照。

68）　竹内淳の説明（2013, pp.59f.）と内山（1988, pp.121f.）の説明参照。

69）　内山龍雄（1988, p.121）が「テンポ」と呼ぶものである。当然「B1 から B2 そして B4」とも言える。

70）　当然、B'1 から B'3 そして B'5 への時間間隔と言い換えても良い。

71）　ローレンツ変換の最大の特徴は「時刻の特定に位置座標（空間）が関与する」ということである（内山 1988, p.135）。これはガリレイ変換と比べながら計算してみれば分かる。さて K 氏の観察内容（20）を、K' 氏の観察内容（24）に変換する時、K 氏の目は移動するロケットを追っているから時刻を刻む位置座標 x が A1 → A2 →…と変化して行くのに対して、K' 氏の方では固定されている。従って、これは竹内淳の説明において「K' 系の座標 x'」という言い方で K' の x 座標を固定している 59 頁 (2013, pp.59–60) の議論に該当する。竹内はローレンツ「逆」変換と言っているが、これは K の座標を飛ばした先から翻って考えているだけで、本質的に私達の議論とは変わりない。註 79 の議論も参照。

72）　竹内淳（2013, pp.68f.）の説明参照。

73）　同様に、A2 から B3 の長さ、A4 から B5 の長さ。

74）　同様に、A'2 から B'3 の長さ、A'4 から B'5 の長さ。対角線（t 座標も含めた 2 点間の距離）ではなく、x 座標に限っての間隔を意味していることに注意して欲しい。

75）　だから、竹内淳（2013, p.69）の議論では「x（t）」という表し方で、K 氏のみが測定を同時に行っていることが強調されている。

76）　竹内淳（2013, p.52）の説明参照。

77）　行列計算上、当たり前のことである。AB=C ならば $B=A^{-1}C$。

78）　同様に B'1 から B'2 そして B'3 でも同じ。

79）「双子のパラドクス」だと、ロケット内の観察者へと変換をしても、地上の観察者へと変換しても、互いに時間が遅くなる（竹内淳 2013, p.61）。だからこの変換、つまり図（25）から図（28）への変換においても、K 氏の方で時間は「遅く」進んでいるのでなければならないと思われるかも知れない。しかし K 氏の方で時間が「遅く」進むためには、K 氏は x 座標を固定しなければならない。例えば A'1(0,0) から A'2$(\frac{30}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}})$ へ、という風にではなくして x 座標を固定し A'1(0,0) から A''2$(0, y')$ へ、と進むのでなければならない。この時、座標 A''2 の時間座標「y'」は、確かに双子パラドクスが教える通り、値としては 1 秒より小さくなり「遅く」進んでいることを示されるだろう。これが竹内淳が「K 系の座標 x」と言い、x 座標を K 系において固定させていることの中身である（2013, p.61）。しかしその様な議論、即ち双子のパラドクスであり竹内淳の説明は、私達の議論では一度も登場していない。図（20）でも図（28）でも、K 氏の観察する座標は、位置座標が刻々と変化し、一度も固定されることはないからである。以上のことは、やはりローレンツ変換の最大の特徴「時刻の特定に位置座標（空間）が関与する」（註 71 参照）ということ

の現れなのであるが、こういったことは実際に手計算をしてみるとよく分かる。

80）　図（25）での A1 と B1、A2 と B2、A3 と B3。

81）　図（28）での A'1 と B'1、A'2 と B'2、A'3 と B'3。

参考文献

井上健（1979）.「十九世紀の科学思想」,『現代の科学I』, 中央公論社.

内山龍雄（1988）.『アインシュタイン　相対性理論』, 岩波書店.［Einstein（1905）の訳と解説］

大槻義彦ほか（2006）.『物理I』, 実教出版.

大槻義彦ほか（2007）.『物理II』, 実教出版.

小野健一（1981）.『アインシュタインの発想』, 講談社.

金子裕介（2017）.「文系視点で見た量子力学」,『TheBasis』7 号, 武蔵野大学教育教養リサーチセンター.

國友正和ほか（2012）.『物理基礎』, 数研出版.

國友正和ほか（2013）.『物理』, 数研出版.

久保亮五ほか（1987）.『理化学辞典』第4 版, 岩波書店.

竹内淳（2002）.『高校数学でわかるマクスウェル方程式』, 講談社ブルーバックス.

———（2013）.『高校数学でわかる相対性理論』, 講談社ブルーバックス.

竹内均（1987）.『物理学の歴史』, 講談社.

竹内敬人ほか（2012）.『化学』, 東京書籍.

馬場敬之ほか（2003）.『線形代数』, マセマ出版社.

松坂和夫（1989）.『数学読本1』, 岩波書店.

————（1990a）.『数学読本5』, 岩波書店.

————（1990b）.『数学読本6』, 岩波書店.

矢野健太郎・石原繁（2009）.『ベクトル解析』, 裳華房.

湯川秀樹（1979）.「近代以後の科学思想の概観」,『現代の科学I』, 中央公論社.

Einstein, A. (1905). Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Annalen der Physik, Bd.17, 891–921.*

Russel, B. (1985). *The ABC of Relativity 4th revised ed. by E. Pirani. Routledge.*