世界の幸せをカタチにする。
Creating Peace & Happiness for the World
Musashino University
武蔵野大学 学術機関リポジトリ
Musashino University Academic Institutional Repository

混合整数計画法を用いた途中駅に車庫を設置した路線の運転整理支援

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 公開日: 2022-02-07 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 村田, 笑菜, 佐々木, 多希子, 友枝, 明保 メールアドレス: 所属:
URL	https://mu.repo.nii.ac.jp/records/1670

混合整数計画法を用いた途中駅に車庫を設置した路線の運転整理支援

Rescheduling support method of rail system with a rolling stock yard at an intermediate station based on mixed-integer programming

村 田 笑 菜[1]
Emina Murata
佐 々 木 多 希 子[2]
Takiko Sasaki
友 枝 明 保[3]
Akiyasu Tomoeda

概要

今田-富井 [1] により，混合整数計画法を用いて，折り返し運転を考慮した鉄道ダイヤの運転整理案が提案された．[1] では，車庫が終端駅に設置されており，車庫が途中駅に設置された場合は考慮されていない．本稿では，車庫が中間駅に存在する路線に対して，[1] のアイデアに基づき，混合整数計画法を用いて折り返し運転を考慮した運転整理案を提案する．また数値実験を行い，ダイヤの評価を行う．

1 はじめに

鉄道は安全で安定した輸送が強く望まれ，人身事故や自然災害，車両故障などによってダイヤの乱れが生じた際には，「運転整理」と呼ばれるダイヤ変更業務が行われる．具体的には，表 1 に述べた変更手段などを用いて，一刻も早くダイヤ乱れを解消させるよう，鉄道会社は力を尽くしている [2].

運転整理は，設備上の都合による多くの制約条件のもと，様々な整理案を組み合わせる非常に困難な作業であるにも関わらず，現在は人手中心で，指令員の経験と勘に基づいて行われており，運転整理案を作成するアルゴリズム，及び実装するシステムの開発が必要とされている．

実際，混合整数計画法により運転整理案の作成が提案されている [1,3]. 特に，2017 年には今田-富井 [1] により，終端駅に車庫がある路線のダイヤに対し，折り返し運転を考慮した混合整数計画法による運転整理アルゴリズムが提案されたが，途中駅にのみ車庫がある路線のダイヤに対して，折り返し運転を考慮した運転整理アルゴリズムはこれまで報告されていない．そ

[1] 武蔵野大学工学部数理工学科 B4
[2] 武蔵野大学数理工学センター員 / 武蔵野大学工学部数理工学科講師/ 東北大学大学院理学研究科数学専攻講師
[3] 武蔵野大学数理工学センター客員研究員 / 関西大学総合情報学部教授

表 1　列車の運行計画の変更手段 (引用：[2])

名称	内容
臨時列車運転	臨時列車を運転する.
延長運転	列車の運転区間を延長する.
番線変更	駅で使用する番線を変更する.
順序変更	列車の運転順序を変更する.
車両交換	途中駅で車両を交換する.
臨時停車	通過を停車に変更する.
列車の種別変更	列車の種別を変更する（快速を各駅停車に変更するなど).
運転線路変更	複々線や併行線区がある場合に，運転する線路を変更する.

こで本稿では，途中駅にのみ車庫がある路線のダイヤに対応した運転整理案を表現する解を混合整数計画法で求める．さらに，本稿では，表 2 に述べた運行変更手段を採用するとともに，先行研究と比べて運用回しの制約条件が強くなるが，よりシンプルで計算量が軽いアルゴリズムを提案する．

表 2　本稿で用いる列車の運行計画の変更手段

名称	内容
運休	列車の運転を全部または一部とりやめる.
折り返し運転	途中駅（終端駅以外の駅）で行き先を変更し，折り返す.
運用回し	終端駅，もしくは途中駅で異なる番号の列車に変更する.
発・着遅延	列車の発着時刻を遅らせる.

また，このアルゴリズムを CPLEX [4] で実装してダイヤを求め，ダイヤの評価も行う．

本稿の構成は以下の通りとなる．第 2 節で提案する定式化について述べ，第 3 節で数値実験の結果を紹介する．第 4 章でまとめと今後の展望を述べる．

2　定式化

ここでは今田-富井 [1] に基づき，途中駅に車庫を設置した路線における列車運行の定式化を行う．列車の遅延を想定し，安全上の運行ルールや設備上の都合による制約条件も加味し，いくつかの運転整理案を組み合わせて，遅延時間の和が最小にする運転整理案を求める．

[4] IBM 社が提供する商用の数理最適化ソフトウェア

2.1 問題設定

表 3 で集合や定数を定義し，表 4 で変数を定義する．

表 3　集合や定数の定義

記号	定義	記号	定義
T	列車全体を表す集合	$\mathrm{T_{down}}$	下り列車全体の集合
$\mathrm{T_{up}}$	上り列車全体の集合	S	駅全体を表す集合
$\mathrm{S_{way}}$	途中駅の集合	$\mathrm{S_{edge}}$	終着駅の集合
$\underline{\mathrm{S}}$	支障区間の駅のうち，番号が小さい駅の集合	MR_t^s	列車 t が駅 s と駅 $s+1$ 間を走行するのに要する時間（分）
MST_t^s	列車 t が駅 s に停車する時間（分）	MSH^s	折り返し運転をする場合の駅 s での停車時間（分）
HW^s	駅 s での電車間の間隔（分）	D_t^s	時刻表上で列車 t が駅 s を出発する時刻（分）
A_t^s	時刻表上で列車 t が駅 s に到着する時刻（分）	M	十分大きい数（$\max \mathrm{A_t^s}$ より大きい値）
RE	支障時間（分）	α	運休か遅延して運行するかを定める判断基準

表 4　変数の定義

変数	定義
$od_{t,\hat{t}}$	列車 $t, \hat{t}$ が同方向の列車で，列車 t が列車 $\hat{t}$ より先に出る場合は 1 を取り，それ以外は 0 を取る．
f_t^s	列車 t が駅 s で運行を開始する場合は 1 を取り，それ以外は 0 を取る．
r_t^s	列車 t が駅 s で運行を終了する場合は 1 を取り，それ以外は 0 を取る．
op_t^s	列車 t が駅 s から駅 $s+1$ 間を運行する場合は 1 を取り，それ以外は 0 を取る．
d_t^s	連続変数．列車 t が駅 s を実際に出発する時刻（分）
a_t^s	連続変数．列車 t が駅 s 駅実際に到着する時刻（分）
$Ddelay_t^s$	下り列車 t に対して定義する．下り列車 t が駅 s から駅 $s+1$ 間を運行する場合は $a_t^{s+1} - \mathrm{A}_t^{s+1}$（分），運休する場合は α（分）
$Udelay_t^s$	上り列車 t に対して定義する．上り列車 t が駅 $s+1$ から駅 s 間を運行する場合は $a_t^s - \mathrm{A}_t^s$（分），運休する場合は α（分）

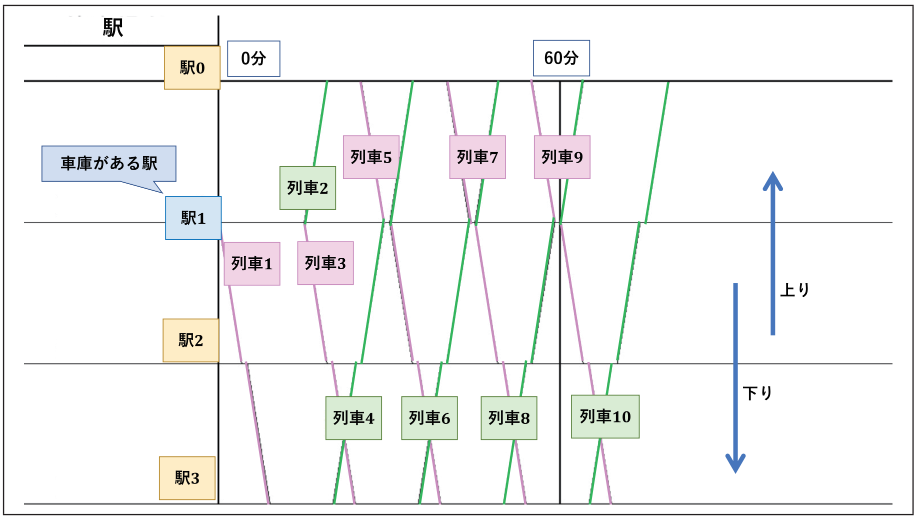

図 1　計画ダイヤ

本稿では

$$\mathrm{T}=\{1,2,3,4,\cdots,m\},\ \mathrm{S}=\{0,1,2,3\},\ \mathrm{S}_{\mathrm{way}}=\{1,2\},\ \mathrm{S}_{\mathrm{edge}}=\{0,3\},\ \underline{\mathrm{S}}=\{1\}$$

とし，$6\leq m<\infty$ を仮定する．基本となるダイヤを図 1 に示す．

本稿での代表的な仮定を以下に述べる．

仮定 1　駅 0, 1, 2, 3 が順に 1 列に並んでいる（詳しくは図 1 を参照せよ）．

仮定 2　列車番号が奇数の列車は下り (駅 3 へ向かう) で，偶数の列車は上り（駅 0 へ向かう）である．

仮定 3　車庫は駅 1 にのみ存在し，下り 2 本，上り 1 本の列車が入っている．

仮定 4　列車 1 から列車 3 は車庫に入っている列車を運用し，列車 4 以降は 3 本前の番号の列車から運用回し[5] を受ける．例えば，列車 5 は駅 0 で列車 2 から運用回しを受ける．

仮定 5　全ての駅で折り返し運転が可能である．

仮定 6　線路の本数は下り，上り共に 1 本ずつである．したがって同じ方向の先発列車を後発列車は追い抜くことができない．また，駅で停車できる列車の数は下り，上り共に 1 本ずつである．ただし，折り返し運転をする場合の線路の占有に関する制約は考慮されていない．適切な場所に電車を待機させ，運行で用いる線路は占有していないとする．

RE を支障時間とする．この仮定のもと，0 分から RE 分間，駅 2 から駅 3 で支障が起きる場合を考える．また，運休，遅延を定める基準となる定数 α をあらかじめ決めておき，運行した場合に α 分以上遅延する列車は基本的に運休するとする．ただし，列車の運行状況によって

[5] 終端駅，もしくは途中駅で異なる番号の列車に変更すること．

は，遅延時間が α 分以上になっても，該当列車が運行することで全体の遅延時間が少なくなる場合，列車が運行（3 章，表 7 を参照せよ ）することもある．

注意 1　[1] では，運用回しをどの列車からでも受けられるように制約条件を課している．柔軟に運用回しができる反面，計算量がかなり多くなり，問題の規模によっては現実的ではない．

仮定 3 を課すことで，[1] と比較して柔軟性に欠けるが，制約条件をシンプルにし，計算量を少なくしている．仮定 3 を課しても，先行研究である [1](第 5 章「実験」) の目的関数の最小値を達成することを確認でき，質のよい運転整理案を提案することが可能だと考える．

注意 2　α の値が小さいと支障区間で運休し，折り返す傾向が強いダイヤグラムが作成され，α の値が大きいと運休せず，復旧時間まで適切な場所で列車が待機し，支障区間が復旧した後に列車が運行する傾向がある．α の設定は駅の混み具合や，列車の順序変更など，遅延が与える影響を鉄道会社が統合的に判断し，決定することを想定している．

2.2　運転整理案の作成のための制約条件

[1] にならって，列車の運行や支障を定式化する．列車を運行するための設備上の制約，物理的な制約や，運行・運休案の組み合わせに関する制約条件を表 5 に示す．

表 5　制約条件

制約条件	対応する式
列車の順序	(1)–(3)
列車の運行・運休	(4)–(18)
列車の発着時刻	(19)–(34)
列車の支障区間	(35)–(38)
遅延の与え方	(39)–(44)

制約条件の詳細を以下に述べる．

列車の順序

列車の運転順序に関する制約条件を以下の式 (1) から式 (3) で表す．全ての $t \in \mathrm{T}$ に対し，

$$od_{t,t} = 0. \tag{1}$$

式 (1) は，同一の列車には順序を考えないことを表している． 全ての $t, \hat{t} \in \mathrm{T_{down}}$ に対し，

$$t \neq \hat{t} \text{である場合，} \quad od_{t,\hat{t}} + od_{\hat{t},t} = 1. \tag{2}$$

全ての $t, \hat{t} \in \mathrm{T_{up}}$ に対し，

$$t \neq \hat{t} \text{である場合，} \quad od_{t,\hat{t}} + od_{\hat{t},t} = 1. \tag{3}$$

式 (2) と式 (3) は $t \neq \hat{t}$ である場合，列車 t と列車 $\hat{t}$ はどちらか一方が先発で，もう片方が後発であることを表している．

列車の運行・運休

折り返しを含む列車の運行・運休に関する制約条件を式 (4) から式 (18) で表す．全ての $t \in \mathrm{T}$，$s \in \mathrm{S}$ に対し，

$$f_t^s + r_t^s \leq 1. \tag{4}$$

式 (4) は，列車の運行開始と終了が同時に起こらないことを表す．運転・運休に関する制約条件を以下の式で表す．車庫が駅 1 に存在するため，列車 1 から列車 3 は走らない区間が存在する．

$$(t,s) = (1,0),(3,0),(2,1),(2,2) \text{ である場合}, op_t^s = 0. \tag{5}$$

残りの区間，列車に関しては以下の式で表す．下り列車 $t \in \mathrm{T}_{\mathrm{down}}$ に対し，

$$t \geq 5 \text{ である場合，} \quad op_{t-3}^0 + f_t^0 - r_{t-3}^0 = op_t^0, \tag{6}$$
$$t = 1 \text{ または } t = 3 \text{ である場合，} \quad f_t^1 = op_t^1, \tag{7}$$
$$t \geq 5 \text{ である場合，} \quad op_t^0 + f_t^1 - r_t^1 = op_t^1, \tag{8}$$
$$op_t^1 + f_t^2 - r_t^2 = op_t^2. \tag{9}$$

式 (6) は駅 0 での列車の折り返し運転を表している． 式 (7) と式 (8) は車庫があり，途中駅でもある駅 1 での運行・運休を表している． 式 (7) は列車 1，列車 3 の駅 1 での運行開始と駅 1 から駅 2 間の運行状況の関係を表す．式 (8) は，$t \geq 5$ の列車の駅 1 での運行・運休を表している．$t \geq 5$ である場合，列車 t が駅 1 から駅 2 間を運行するのは，駅 0 から駅 1 間を列車 t が運行している場合か，駅 1 で列車 t が運行を開始する場合である．しかし，列車 t が駅 0 から駅 1 間で運行しても，駅 1 で運行を終了する場合は，駅 1 から駅 2 間を走行しない． 式 (9) は途中駅である駅 2 での運転・運休を表している．上り列車に対しても，下り列車と同様に制約条件を以下の式で表す．上り列車 $t \in \mathrm{T}_{\mathrm{up}}$ に対し，

$$f_2^1 = op_2^0, \tag{10}$$
$$t \geq 4 \text{ である場合，} \quad op_t^1 + f_t^1 - r_t^1 = op_t^0, \tag{11}$$
$$t \geq 4 \text{ である場合，} \quad op_t^2 + f_t^2 - r_t^2 = op_t^1, \tag{12}$$
$$t \geq 4 \text{ である場合，} \quad op_{t-3}^2 + f_t^3 - r_{t-3}^3 = op_t^2. \tag{13}$$

終着駅が関わる区間での列車の運転・運休を決定する式を以下で表す．下り列車 $t \in \mathrm{T}_{\mathrm{down}}$ に対し，

$$op_t^2 = r_t^3. \tag{14}$$

上り列車 $t \in \mathrm{T_{up}}$ に対し,

$$op_t^0 = r_t^0. \tag{15}$$

列車 4 以降は列車 1 から列車 3 の中から運用回しを受ける．運用回しの制約条件を以下の式で表す．下り電車 $t \in \mathrm{T_{down}}$ に対し,

$$(t,s) = (1,2),(1,3),(3,2),(3,3) \text{ または } t \geq 5 \text{ かつ } s \neq 0 \text{ である場合,} \quad r_t^s = f_{t+3}^s. \tag{16}$$

上り電車 $t \in \mathrm{T_{up}}$ に対し,

$$(t,s) = (2,0) \text{ または } t \geq 4 \text{ かつ } s \neq 3 \text{ である場合,} \quad r_t^s = f_{t+3}^s. \tag{17}$$

列車の行路の開始と終了の数は一致することを以下の式で表す.

$$\sum_{t \in \mathrm{T}, s \in \mathrm{S}} f_t^s = \sum_{t \in \mathrm{T}, s \in \mathrm{S}} r_t^s. \tag{18}$$

列車の発着時刻

列車の発着時刻に関する制約条件を式 (19) から式 (34) で表す． 列車が早発を避けるための条件を以下の式で表す．ただし，M は十分大きい数で，$op_t^s = 0$ の場合は，発車時刻 d_t^s の値に関わらず，式は必ず満たされるため，以下の式は列車 t が駅 s と駅 $s+1$ 間を運行するときのみ有用である．下り列車 $t \in \mathrm{T_{down}}$，$s \in \mathrm{S} \backslash \{3\}$ に対し,

$$(t,s) = (1,1),(1,2),(3,1),(3,2) \text{ または } t \geq 5 \text{ である場合,} \quad d_t^s \geq \mathrm{D}_t^s - \mathrm{M}(1 - op_t^s). \tag{19}$$

式 (19) は，列車 t が実際に駅 s を発車する時刻は時刻表上の発車時刻より早くなることはないことを表している．上り列車に対しても同様に制約条件を以下の式で表す． 上り列車 $t \in \mathrm{T_{up}}$，$s \in \mathrm{S} \backslash \{3\}$ に対し,

$$(t,s) = (2,0) \text{ または } t \geq 4 \text{ である場合,} \quad d_t^{s+1} \geq \mathrm{D}_t^{s+1} - \mathrm{M}(1 - op_t^s). \tag{20}$$

同様に，早着を避けるための条件を以下の式で表す．下り列車 $t \in \mathrm{T_{down}}$，$s \in \mathrm{S} \backslash \{3\}$ に対し,

$$\begin{aligned} &(t,s) = (1,1),(1,2),(3,1),(3,2) \text{ または } t \geq 5 \text{ である場合,} \\ &a_t^{s+1} \geq \mathrm{A}_t^{s+1} - \mathrm{M}(1 - op_t^s). \end{aligned} \tag{21}$$

上り列車 $t \in \mathrm{T_{up}}$，$s \in \mathrm{S} \backslash \{3\}$ に対し,

$$(t,s) = (2,0) \text{ または } t \geq 4 \text{ である場合,} \quad a_t^s \geq \mathrm{A}_t^s - \mathrm{M}(1 - op_t^s). \tag{22}$$

列車 t が駅 s から駅 $s+1$ 間を走行する場合，駅 s から駅 $s+1$ 到着までに要する基準運転時分[6] を次の式で表す．下り列車 $t \in \mathrm{T_{down}}, s \in \mathrm{S} \backslash \{3\}$ に対し,

$$\begin{aligned} &(t,s) = (1,1),(1,2),(3,1),(3,2) \text{ または } t \geq 5 \text{ である場合,} \\ &a_t^{s+1} - d_t^s \geq \mathrm{MR}_t^s - \mathrm{M}(1 - op_t^s). \end{aligned} \tag{23}$$

[6] あらかじめ鉄道会社が定めておく，列車の停車駅間での標準の所要時間．計画運転時間，駅間運転時間ともよぶ.

式 (23) は，列車 t が駅 s から駅 $s+1$ 間を走行する場合，走行時間を表す $a_t^{s+1} - d_t^s$ は MR_t^s 以上であることを表している．上り列車 $t \in \mathrm{T_{up}}$，$\mathrm{s} \in \mathrm{S} \backslash \{3\}$ に対し，

$$(t,s) = (2,0) \text{ または } t \geq 4 \text{ である場合，} \quad a_t^s - d_t^{s+1} \geq \mathrm{MR}_t^s - \mathrm{M}(1 - op_t^s). \tag{24}$$

列車 t が駅 $s-1$，駅 s，駅 $s+1$ 間を運行する場合，列車 t が駅 s に停車する時間に関する制約条件を以下の式で表す．下り列車 $t \in \mathrm{T_{down}}$ に対し，

$$\begin{aligned}&(t,s) = (1,2),(3,2) \text{ または } t \geq 5 \text{ かつ } s \in \mathrm{S_{way}} \text{である場合，}\\&d_t^s - a_t^s \geq \mathrm{MST}_t^s - \mathrm{M}(2 - op_t^{s-1} - op_t^s).\end{aligned} \tag{25}$$

列車 t が駅 $s-1$，駅 s，駅 $s+1$ 間を運行する場合，駅 s 間に停車する時間を表す $d_t^s - a_t^s$ は MST_t^s 以上であることを表している．上り列車に対しても同様に，制約条件を以下の式で表す．上り列車 $t \in \mathrm{T_{up}} \backslash \{2\}$，$s \in \mathrm{S_{way}}$ に対し，

$$d_t^s - a_t^s \geq \mathrm{MST}_t^s - \mathrm{M}(2 - op_t^{s-1} - op_t^s). \tag{26}$$

列車 t が s 駅で折り返し運転を行う場合の停車時間に関する制約条件を以下の式で表す．下り列車 $t \in \mathrm{T_{down}}$，$s \in \mathrm{S}$ に対し，

$$\begin{aligned}&(t,s) = (1,2),(1,3),(3,2),(3,3) \text{ または } 5 \leq t \leq m-3 \text{ である場合，}\\&d_{t+3}^s - a_t^s \geq \mathrm{MSH}^s - \mathrm{M}(2 - f_{t+3}^s - r_t^s).\end{aligned} \tag{27}$$

式 (27) は列車 t が駅 s で運行を終了した場合，駅 s で列車 $t+3$ として運行を開始し，その折り返しの停車時刻を表す $d_{t+3}^s - a_t^s$ は MSH^s 以上であることを表している．上り列車に対しても同様に，制約条件を以下の式で表す．上り列車 $t \in \mathrm{T_{up}}$，$s \in \mathrm{S}$ に対し，

$$\begin{aligned}&(t,s) = (2,0) \text{ または}, 4 \leq t \leq m-3 \text{ である場合，}\\&d_{t+3}^s - a_t^s \geq \mathrm{MSH}^s - \mathrm{M}(2 - f_{t+3}^s - r_t^s).\end{aligned} \tag{28}$$

列車 $t, \hat{t}$ が同方向の列車で列車 t が列車 $\hat{t}$ より先に発車する場合を考える．列車 t の駅 s 発車時刻と列車 $\hat{t}$ の駅 s 発車時刻に関する制約条件を以下の式で表す．下り列車 $t, \hat{t} \in \mathrm{T_{down}}$，$s \in \mathrm{S} \backslash \{3\}$ に対し，

$$\begin{aligned}&(t,s) = (1,1),(1,2),(3,1),(3,2) \text{ または } t \geq 5 \text{ である場合，}\\&d_{\hat{t}}^s - d_t^s \geq \mathrm{HW}^s - \mathrm{M}(3 - od_{t,\hat{t}} - op_t^s - op_{\hat{t}}^s).\end{aligned} \tag{29}$$

式 (29) は，先発列車 t と後発列車 $\hat{t}$ が駅 s から駅 $s+1$ 間を走行する場合，列車の発車時刻の差は HW^s 以上であることを表している．上り列車に対しても同様に，制約条件を以下の式で表す．上り列車 $t, \hat{t} \in \mathrm{T_{up}}$，$s \in \mathrm{S} \backslash \{0\}$ に対し，

$$\begin{aligned}&(t,s) = (2,1) \text{ または } t \geq 4 \text{ である場合，}\\&d_{\hat{t}}^s - d_t^s \geq \mathrm{HW}^s - \mathrm{M}(3 - od_{t,\hat{t}} - op_t^{s-1} - op_{\hat{t}}^{s-1}).\end{aligned} \tag{30}$$

到着時刻に対しても同様に制約条件を以下の式で表す．下り列車 $t, \hat{t} \in \mathrm{T_{down}}$，$s \in \mathrm{S}\backslash\{3\}$ に対し，

$$(t,s) = (1,1),(1,2),(3,1),(3,2) \text{ または } t \geq 5 \text{ である場合,}$$
$$a_{\hat{t}}^{s+1} - a_t^{s+1} \geq \mathrm{HW}^s - \mathrm{M}(3 - od_{t,\hat{t}} - op_t^s - op_{\hat{t}}^s). \tag{31}$$

上り列車 $t, \hat{t} \in \mathrm{T_{up}}$，$s \in \mathrm{S}\backslash\{0\}$ に対し，

$$(t,s) = (2,1) \text{ または } t \geq 4 \text{ である場合,}$$
$$a_{\hat{t}}^{s-1} - a_t^{s-1} \geq \mathrm{HW}^s - \mathrm{M}(3 - od_{t,\hat{t}} - op_t^{s-1} - op_{\hat{t}}^{s-1}). \tag{32}$$

着発時刻に対しても同様に制約条件を以下の式で表す．下り列車 $t, \hat{t} \in \mathrm{T_{down}}$ ，$s \in \mathrm{S_{way}}$ に対し，

$$(t,s) = (1,2),(3,2) \text{ または } t \geq 5 \text{ である場合,}$$
$$a_{\hat{t}}^s - d_t^s \geq \mathrm{HW}^s - \mathrm{M}(5 - od_{t,\hat{t}} - op_t^{s-1} - op_t^s - op_{\hat{t}}^{s-1} - op_{\hat{t}}^s). \tag{33}$$

上り列車 $t, \hat{t} \in \mathrm{T_{up}}$，$s \in \mathrm{S_{way}}$ に対し，

$$(t,s) = (2,1) \text{ または } t \geq 4 \text{ である場合,}$$
$$a_{\hat{t}}^s - d_t^s \geq \mathrm{HW}^s - \mathrm{M}(5 - od_{t,\hat{t}} - op_t^{s-1} - op_t^s - op_{\hat{t}}^{s-1} - op_{\hat{t}}^s). \tag{34}$$

列車の支障区間

列車の支障区間に関する制約条件を式 (35) から式 (38) で表す． 0 分から RE 分まで，駅 s から駅 $s+1$ 間で列車の運転ができない場合を考える．この間，列車が駅 s から駅 $s+1$ 間の走行が不可能であるため，列車は運行しない．つまり出発も到着もせず，RE 分以降に出発，到着していることを表している． 運転復旧に関する制約条件を以下の式で表す．下り列車 $t \in \mathrm{T_{down}}$，$s \in \underline{\mathrm{S}}$ に対し，

$$d_t^s \geq \mathrm{RE} - \mathrm{M}(1 - op_t^s), \tag{35}$$
$$a_t^{s+1} \geq \mathrm{RE} - \mathrm{M}(1 - op_t^s). \tag{36}$$

上り列車 $t \in \mathrm{T_{up}}\backslash\{2\}$，$s \in \underline{\mathrm{S}}$ に対し，

$$d_t^{s+1} \geq \mathrm{RE} - \mathrm{M}(1 - op_t^s), \tag{37}$$
$$a_t^s \geq \mathrm{RE} - \mathrm{M}(1 - op_t^s). \tag{38}$$

遅延の与え方

列車の遅延の与え方に関する制約条件を式 (39) から式 (44) で表す．下り列車 $t \in \mathrm{T_{down}}$，$s \in \mathrm{S}\backslash\{3\}$ に対し，

$$\begin{aligned}
&(t,s)=(1,1),(1,2),(3,1),(3,2) \text{ または}, t \geq 5 \text{ である場合}, \\
&Ddelay_t^s \geq a_t^{s+1} - \mathrm{A}_t^{s+1} - \mathrm{M}(1-op_t^s), && (39)\\
&(t,s)=(1,0),(3,0) \text{ である場合}, \quad Ddelay_t^s = 0, && (40)\\
&(t,s)\neq(1,0),(3,0) \quad Ddelay_t^s \geq \alpha - \mathrm{M}\ op_t^s. && (41)
\end{aligned}$$

式 (39) は，遅延して運行する場合，$Ddelay_t^s$ は着遅延時間以上になることを表している．式 (41) より，運休する場合は α 分以上の遅延とみなしている．式 (39) から式 (41) より，運行した場合，遅延時間が α 分以内である場合は列車が運行し，α 分以上遅延する場合は運休しやすくなる． 上り列車 $t \in \mathrm{T_{up}}$，$s \in \mathrm{S}\backslash\{3\}$ に対しても同様に制約条件を以下の式で表す．

$$\begin{aligned}
&(t,s)=(2,0) \text{ または}, t \geq 4 \text{ である場合}, \\
&Udelay_t^s \geq a_t^{s} - \mathrm{A}_t^{s} - \mathrm{M}(1-op_t^s), && (42)\\
&(t,s)=(2,1),(2,2) \text{ である場合}, \quad Udelay_t^s = 0, && (43)\\
&(t,s)\neq(2,1),(2,2) \quad Udelay_t^s \geq \alpha - \mathrm{M}\ op_t^s. && (44)
\end{aligned}$$

目的関数

制約条件 (1) から (44) のもとで，

$$\sum_{t\in \mathrm{T_{down}}, s\in \mathrm{S}\backslash\{3\}} Ddelay_t^s + \sum_{t\in \mathrm{T_{up}}, s\in \mathrm{S}\backslash\{3\}} Udelay_t^s \tag{45}$$

の最小値，およびその最小値を達成する最適解の組：

$$\begin{aligned}
&od_{t,\hat{t}} \quad (t,\hat{t}\in \mathrm{T_{down}},\ t,\hat{t}\in \mathrm{T_{up}}), \quad f_t^s, r_t^s \quad (t\in \mathrm{T}, s\in \mathrm{S}),\\
&op_t^s, d_t^s \quad ((t\in \mathrm{T_{down}}, s\in \mathrm{S}\backslash\{3\}) \text{ または } (t\in \mathrm{T_{up}}, s\in \mathrm{S}\backslash\{0\})),\\
&Ddelay_t^s \quad (t\in \mathrm{T_{down}}, s\in \mathrm{S}\backslash\{3\}),\\
&a_t^s \ ((t\in \mathrm{T_{down}}, s\in \mathrm{S}\backslash\{0\}) \text{ または } (t\in \mathrm{T_{up}}, s\in \mathrm{S}\backslash\{3\}\})),\\
&Udelay_t^s \ (t\in \mathrm{T_{up}}, s\in \mathrm{S}\backslash\{3\}\})
\end{aligned}$$

を求める．

3　数値計算の結果

2.2 章に述べた制約条件および目的関数に対して数理計画ソルバー CPLEX を利用して数値実験を行った．

[1] に基づき，列車の数 m は $m = 10$，支障時間 RE は RE $= 60$，α の値を $\alpha = 5, 7, 8, 10, 51, 52, 90$ とした．また，折り返し運転に必要な基準運転時分 MSH^s は全て 3 とする．

表 6　目的関数の値と最適解の組数

α	目的関数 (45) の値	最適解の組数
5	40	2
7	56	2
8	64	2
10	76	2
51	322	3
52	327	2
90	479	2

数値実験により，(45) の最小値を達成する op_t^s, d_t^s, a_t^s が得られ，運行・運休，発着時間を決定してダイヤグラムを作成する．各 α に対する (45) の最小値と最適解の組数を表 6 に示す．

注意 3　最適解の組数の運転整理案の個数であるため，組数が多ければ多いほど，乗客の流動などの状況も踏まえ，柔軟に対応することが可能になることが示唆される．

図 2 より，$\alpha = 5$ と設定した場合，列車 9 以外は支障区間である駅 2 から駅 3 間を運行すると α 以上遅延してしまうため，列車 9 以外は駅 2 から駅 3 間を運休にし，駅 0 から駅 2 間で折り返し運転を行なっている．列車 9 は通常通り運行できている．列車 8,9 が定刻に終着駅に着いていることから，列車 11 以降は計画ダイヤ通りに列車が運行できることがわかる．図 3 より，$\alpha = 7$ でも同じダイヤとなることが分かる．

図 4 より，$\alpha = 8$ と設定した場合，列車 1 から列車 6，列車 8 は駅 2 から駅 3 間で折り返し運転を行い，列車 7 は駅 2 で運転が復旧する RE 分まで停車し，RE 分に駅 2 を出発している．駅 3 に到着後，折り返し運転に必要な基準運転時分 MSH^3 分間停車したのち，列車 10 として駅 3 を発車している．また，列車 9 は定刻通りに発車している．図 5，6 より，$\alpha = 10, 51$ の場合も $\alpha = 8$ と同じダイヤになることが分かる．

図 7 より，$\alpha = 52$ の場合，列車 1 から列車 4，列車 6 は折り返し運転を行い，列車 5，列車 7 から列車 10 は支障区間が復旧するまで適当な場所で待機し，復旧後に運転を再開している．列車 5 が駅 2 で待機しているため，後続の列車 7,9 は駅 2 に入構することができず，線路で待機していることが分かる．しかし，線路に列車が長時間止まることは乗客の安全面などの観点から望ましいとは言えない．本稿の提案手法では，この問題を回避できない．

注意 4　線路での待機問題を回避するためには，線路の本数の制約など，本稿では考慮していない問題を考察する必要がある．[1] では，番線の制約条件を考慮した運転整理案を提案している．

図 8 より，$\alpha = 90$ の場合も，$\alpha = 52$ と同じ結果となっており，$\alpha = 51$ と $\alpha = 52$ でダイヤグラムの構造が大きく変化していることが分かる．

以上の結果より，

$$5 \leq \alpha < 8, \quad 8 \leq \alpha < 52, \quad 52 \leq \alpha \leq 90$$

で運転整理ダイヤが変化することが推測される．

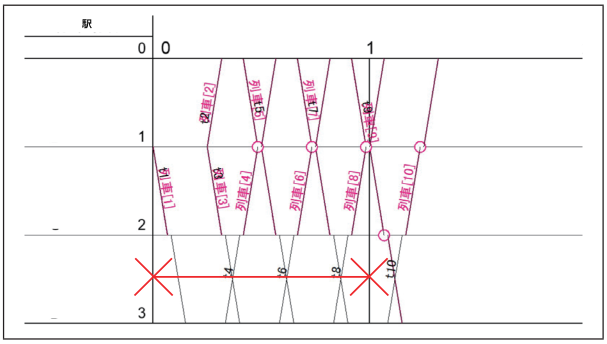

図 2　$\alpha = 5$ の場合の運転整理ダイヤ

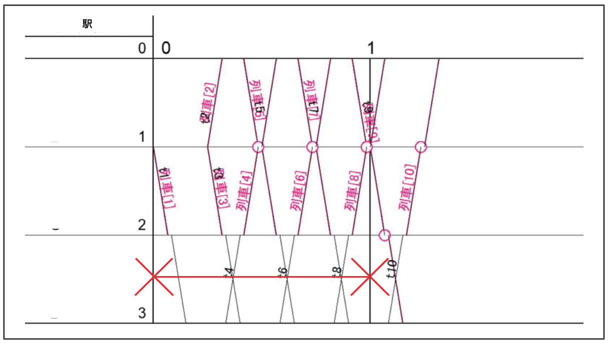

図 3　$\alpha = 7$ の場合の運転整理ダイヤ

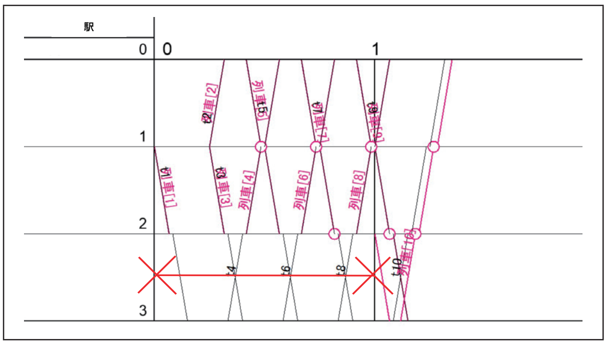

図 4　$\alpha = 8$ の場合の運転整理ダイヤ

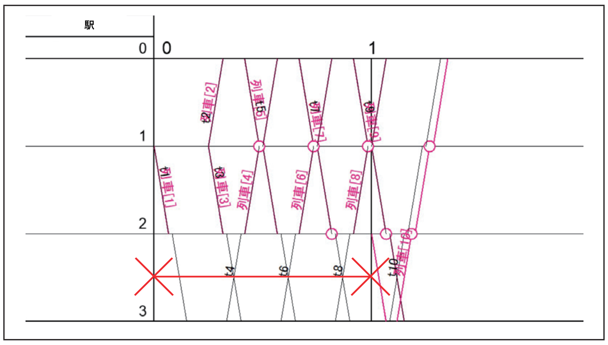

図 5　$\alpha = 10$ の場合の運転整理ダイヤ

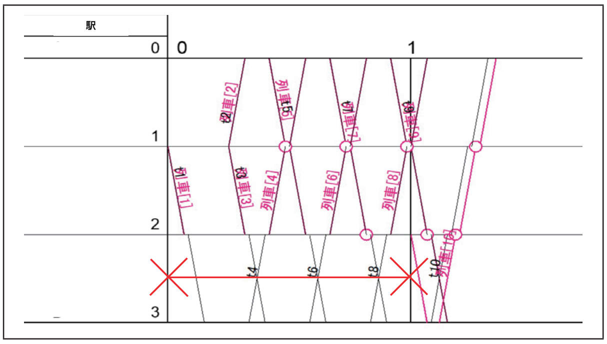

図 6　$\alpha = 51$ の場合の運転整理ダイヤ

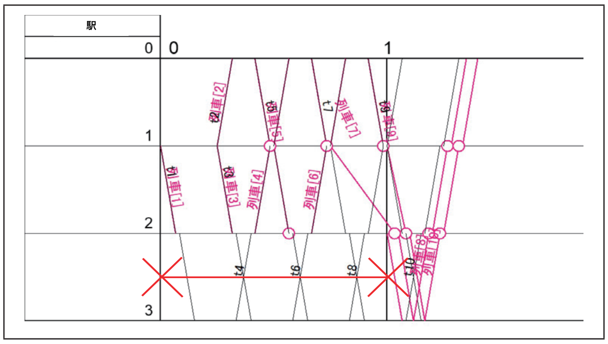

図 7　$\alpha = 52$ の場合の運転整理ダイヤ

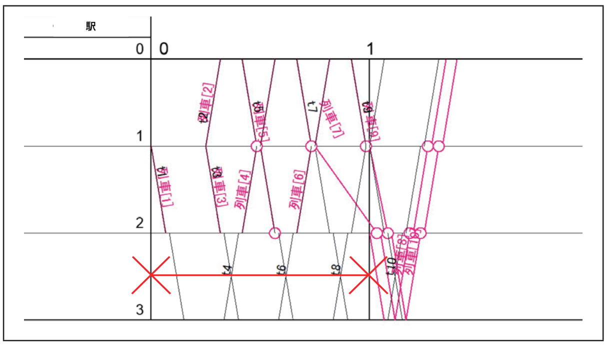

図 8　$\alpha = 90$ の場合の運転整理ダイヤ

表 7　$\alpha = 9$ の場合の各遅延時間

(t,s)	$(1,0)$	$(1,1)$	$(1,2)$	$(2,0)$	$(2,1)$	$(2,2)$	$(3,0)$	$(3,1)$	$(3,2)$
$Ddelay_t^s$	-	0	9	-	-	-	-	-	9
$Udelay_t^s$	-	-	-	-	0	-	-	-	-
(t,s)	$(4,0)$	$(4,1)$	$(4,2)$	$(5,0)$	$(5,1)$	$(5,2)$	$(6,0)$	$(6,1)$	$(6,2)$
$Ddelay_t^s$	-	-	-	0	0	9	-	-	-
$Udelay_t^s$	0	0	9	-	-	-	0	0	9
(t,s)	$(7,0)$	$(7,1)$	$(7,2)$	$(8,0)$	$(8,1)$	$(8,2)$	$(9,0)$	$(9,1)$	$(9,2)$
$Ddelay_t^s$	0	0	10	-	-	-	0	0	0
$Udelay_t^s$	-	-	-	0	0	9	-	-	-
(t,s)	$(10,0)$	$(10,1)$	$(10,2)$						
$Ddelay_t^s$	2	2	2						
$Udelay_t^s$	-	-	-						

表 8　$\alpha = 10$ の場合の各遅延時間

(t,s)	$(1,0)$	$(1,1)$	$(1,2)$	$(2,0)$	$(2,1)$	$(2,2)$	$(3,0)$	$(3,1)$	$(3,2)$
$Ddelay_t^s$	-	0	10	-	-	-	-	-	9
$Udelay_t^s$	-	-	-	-	0	-	-	-	-
(t,s)	$(4,0)$	$(4,1)$	$(4,2)$	$(5,0)$	$(5,1)$	$(5,2)$	$(6,0)$	$(6,1)$	$(6,2)$
$Ddelay_t^s$	-	-	-	0	0	10	-	-	-
$Udelay_t^s$	0	0	10	-	-	-	0	0	10
(t,s)	$(7,0)$	$(7,1)$	$(7,2)$	$(8,0)$	$(8,1)$	$(8,2)$	$(9,0)$	$(9,1)$	$(9,2)$
$Ddelay_t^s$	0	0	10	-	-	-	0	0	0
$Udelay_t^s$	-	-	-	0	0	10	-	-	-
(t,s)	$(10,0)$	$(10,1)$	$(10,2)$						
$Ddelay_t^s$	2	2	2						
$Udelay_t^s$	-	-	-						

また，$\alpha = 9$ と $\alpha = 10$ の場合の $Ddelay_t^s$,$Udelay_t^s$ は表 7,8 のとおりである．$\alpha = 10$ の場合，$Ddelay_t^s$，$Udelay_t^s$ は全て α 分以下となるが，$\alpha = 9$ の場合は $(t,s) = (7,2)$ で値が α 分以上となっている．これは，列車 7 を駅 2 から駅 3 区間で運行させるのに α 分以上遅れが発生しても，運行させることで駅 3 で列車 10 に運用回しすることができ，全体の遅延時間は小さくできるためである．$\alpha = 9$ の場合のように，遅延時間は基準 α より大きくなることがあることが数値的に分かった．

4　まとめと課題

本稿では，今田-富井 [1] で提案された，車庫が終端駅にある路線に対する折り返し運転を考慮した運転整理案作成のアイデアを，車庫が中間駅にある路線に適用した．また，運用回しを 3 つ前の列車に制限することで，先行研究より制約式がシンプルなモデルを作成した．

ただし，実装面では課題が残っている． 混合整数計画問題を効率的に解く手法は知られていない．列車の数や駅の数が増えると計算量に影響を与え，実装が難しいとされている．混合整数計画問題を効率的に解く手法の確立が望まれる．今後は実装面を含め，より現実的な問題の解決に向けて研究を進めていきたい．

謝辞

本研究を進めるにあたり，日本大学生産工学部機械工学科 富井規雄先生に多大なる御指導，御支援を頂きました．厚く御礼申し上げます．

参考文献

[1] 今田 京介, 富井 規雄，途中折り返し運転を考慮した混合整数計画法による運転整理アルゴリズム, 電気学会論文誌Ｄ（産業応用部門誌），Vol.137, no.6, (2017)，484-491.

[2] 電気学会・鉄道における運行計画・運行管理業務高度化に関する調査専門委員会 編，鉄道ダイヤ回復の技術，オーム社，(2010).

[3] 千種健二, 佐藤圭介, 古関隆章，混合整数計画法に基づく列車運行 乱れ時の旅客損失に主眼を置いた運転整理最適化, 電気学会論文誌. D, 産業応用部門誌, (2012)，170-177.

(原稿提出: 2021 年 11 月 18 日; 修正稿提出: 2021 年 12 月 13 日)