

A note on improvement of random thinning model for credit risk assessment

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2019-08-23 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 山中, 卓 メールアドレス: 所属:
URL	https://mu.repo.nii.ac.jp/records/1091

信用リスク評価のための確率的細分化モデルの改良に関する試み

A note on improvement of random thinning model for credit risk assessment

山中卓¹

Suguru Yamanaka

1 はじめに

金融機関は多数の企業に対して資金を貸し出しており、自社の抱える信用リスク、すなわち貸出先のデフォルト（債務不履行）や信用力の変化に伴って発生する損失の可能性を評価し、管理することが経営管理上かつ金融規制上求められている。ここでは、貸出先の集合である信用ポートフォリオ全体のリスクと貸出先を業種などの特性によってまとめた部分ポートフォリオ毎のリスク計測が必要となる。そのような、信用ポートフォリオのリスク評価の手段の一つにトップダウン型の信用リスク評価モデルがある。本論文では、トップダウン型の信用リスク評価モデルにおいて部分ポートフォリオのリスクを計測するために必要な確率的細分化モデルとして、観測可能および観測不可能なリスク要因を捕捉し得るモデルを提案し、数値例を通してその有用性を検証する。

信用ポートフォリオの信用リスク評価を行うにあたっては、ポートフォリオを構成する債務者の信用イベント（デフォルト、信用格付変更）の発生をモデル化する必要がある。信用イベント発生時点の系列は点過程モデルとして表現でき、また、点過程はイベント発生率を意味する強度によって特徴付けられる。したがって、信用イベント発生のモデリングは信用イベント発生強度のモデリングによって実現される。信用イベント発生時刻のモデリングにおいて、信用ポートフォリオに対する強度モデルを構築し、確率的細分化を通して部分ポートフォリオや個々の債務者の強度モデルを構成する方法がトップダウン型の信用リスク評価である。トップダウン型の信用リスク評価の枠組みは、債務者間のリスク伝播性を表現しやすいという特徴があり、大規模な信用ポートフォリオのリスク評価の手法として、あるいはクレジットポートフォリオ・デリバティブの価格評価の手法として注目され、さまざまなモデルの提案と応用に関する研究が進められてきた。それらの先行研究のうち特に確率的細分化モデルを利活用しているものに焦点をあてると、例えば貸出先企業毎のリスクを計測する場合については [4] や [5] が個社の株価の情報によって特徴付けられる細分化モデルを提案している。また、[2] は金融業の債務者で構成される部分ポートフォリオのリスク評価のために、金利などの金融業のリスク要因を取り入れたモデルを提案している。一般の部分ポートフォリオに適用できるモデルと

¹ 武蔵野大学数理工学センター員 / 武蔵野大学工学部数理工学科准教授

して, [1, 9, 6] は部分ポートフォリオを構成する企業数で特徴付けられるモデルを利用している. また, [7, 8] は [1, 9, 6] のモデルを拡張し, 企業数以外の部分ポートフォリオの特性を反映できるモデルのアイデアを示している.

本論文では, [1, 9, 6, 7, 8] と同様に一般の部分ポートフォリオのリスクを評価するための確率的細分化モデルを考え, それらの先行研究と同様に細分化が部分ポートフォリオを構成する債務者数に依存することを想定する. ただし, 信用格付変更の実績データを観察すると, 部分ポートフォリオで発生する格付変更の発生頻度は債務者数だけでは表現されないほどの大きな変動をすることがある. そこで, 本論文ではそのような変動の捕捉を改善するような確率的細分化モデルを考える. そのような試みは先に [8] で検討されており, ここでは部分ポートフォリオの構成企業数の比率だけでなく確率的に変動する潜在変数を確率的細分化モデルに導入する着想が示されている. それに対し本論文では, [8] のモデルを拡張し, 潜在変数だけでなく観測可能な変数も導入した確率的細分化モデルを提示する. そして, 数値例によってモデルの有用性を確認する.

本論文の構成は以下である. 第2節では, トップダウン型信用リスク評価の枠組みについて紹介する. 第3節では, 本論文で提案する確率的細分化モデルの定式化を行う. 第4節ではモデルの有用性を確認するための数値例を示す. 第5節でまとめと今後の課題について述べる.

2 トップダウン型信用リスク評価

本節ではトップダウン型信用リスク評価の枠組みを述べる.

まず前提として, 本稿では格付機関による格付変更のみをイベントとして取り扱い, デフォルト発生や格付の取り下げ・新規取得などは考慮しない. また, どの格付からどの格付に変更したかという細かい推移の情報は考慮せず, 「格上げ」と「格下げ」という格付変更の方向だけに注目して, これらをそれぞれ別のイベントとして取り扱うことにする.

次に, 評価対象のユニバースとして, 格付機関から格付を付与されている日本企業全体 (これを「経済全体ポートフォリオ」と呼ぶことにする) を考え, この集合を S^* と表す². また, 経済全体ポートフォリオ S^* は $M (\geq 2)$ 個の空でない「部分ポートフォリオ (ある条件に応じて構成される格付取得企業の真部分集合)」 $\{S^{(i)}\}_{i=1,2,\dots,M}$ に分割されるとする. すなわち $S^{(1)} \cup \dots \cup S^{(M)} = S^*$ かつ $S^{(i)} \cap S^{(j)} = \emptyset$ ($i \neq j$) が成り立つことを仮定する. 部分ポートフォリオの例としては, 格付取得企業を業種ごとに分割したものが挙げられる.

経済の不確実性を表現するため, フィルター付き確率空間 $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}, \{\mathcal{F}_t\}_{t \in [0, H]})$ を設定する. ここで, $H > 0$ をリスク評価期間の終了時点 (リスクホライズン) を表す定数とし, $\{\mathcal{F}_t\}_{t \in [0, H]}$ を右連続で完備なフィルトレーションとし, 市場参加者が各時点で最大限に利用できる情報系を表すものと見なす.

² 現実的には, 経済全体ポートフォリオ S^* は, デフォルト発生や格付の取り下げ・新規取得によって時間とともに変動しうるが, 後述する実証分析では本質的な問題にならないので, ここでは分析期間中 S^* は不変であると仮定する.

次に対象イベントを一つ (例えば「格下げ」) 選択して, $s \in S^*$ に対して, そのイベントが s において k 回目に発生する時点を $\tau_{s,k}$ と表すことにする. 全ての $s \in S^*, k \in \mathbb{N}$ について, イベント発生時点 $\tau_{s,k}$ は $\{\mathcal{F}_t\}$ -停止時刻であると仮定する. したがって, 経済全体ポートフォリオにおける対象イベント発生時刻の集合 $\tilde{\mathcal{T}}^*$ は

$$\tilde{\mathcal{T}}^* = \{\tau_{s,k} \mid s \in S^*, k \in \mathbb{N}\}$$

と表すことができる. ただし, 任意の $\tau', \tau'' \in \tilde{\mathcal{T}}^*$ について $\mathbb{P}(\tau' = \tau'') = 0$ となる (つまり, 経済全体ポートフォリオ内で, 対象イベントが同時発生する確率はゼロである) ことを仮定する.

本稿では, トップダウン型のアプローチを採用するので, $\tilde{\mathcal{T}}^*$ を直接分析の対象とせず, 対象イベントがどの企業で発生したかの情報を除き, 経済全体ポートフォリオ (あるいは部分ポートフォリオ) 内部での対象イベント発生時点の増大列だけに注目することにする.

そこでまず, 経済全体ポートフォリオ S^* 内で観測されるイベント発生時刻の増大列 $\mathcal{T}^* = \{T_n\}_{n=1,2,\dots}$ を $T_0 = 0$ として,

$$T_n = \inf\{t > T_{n-1} \mid t = \tau_{s,k} \text{ for some } s \in S^*, k \in \mathbb{N}\}$$

と構成する. また, 経済全体ポートフォリオ S^* 内で観測される対象イベントの累積発生件数を表す計数過程を $N_t^* = \sum_{T_n \in \mathcal{T}^*} \mathbf{1}_{\{T_n \leq t\}}$ と定義する. ここで, イベント発生に関する情報を含まない市場情報を表す $\{\mathcal{F}_t\}_{t \in [0,H]}$ の部分フィルトレーション $\{\tilde{\mathcal{F}}_t\}_{t \in [0,H]}$ を考え, これと \mathcal{T}^* で生成される情報 $\sigma\{N_u^* \mid u \leq t\}$ で生成される新しいフィルトレーション $\{\mathcal{G}_t\}_{t \in [0,H]}$ を考える. すなわち, 時点 t において $\mathcal{G}_t = \tilde{\mathcal{F}}_t \vee \sigma\{N_u^* \mid u \leq t\}$ と定義したものである. $\{\mathcal{G}_t\}_{t \in [0,H]}$ は $\{\mathcal{F}_t\}_{t \in [0,H]}$ と異なり, 対象イベント発生時刻を情報としてもっているが, そのイベントがどの企業で発生したかを識別できない情報系と見なされることになる.

さらに, 計数過程 N_t^* に付随する $\{\mathcal{G}_t\}$ -イベント発生強度 λ_t^* , すなわち, $N_t^* - \int_0^t \lambda_s^* ds$ が $\{\mathcal{G}_t\}$ -マルチンゲールとなるような $\{\mathcal{G}_t\}$ -発展的可測かつ非負の確率過程 λ_t^* の存在を仮定する. 特に λ_t^* を全体強度 (total intensity process) と呼ぶことにする.

同様に, 部分ポートフォリオ $S^{(i)} (i = 1, 2, \dots, M)$ 内で観測されるイベント発生時刻の増大列 $\mathcal{T}^{(i)} = \{T_n^{(i)}\}_{n=1,2,\dots}$ を $T_0^{(i)} = 0$ として,

$$T_n^{(i)} = \inf\{t > T_{n-1}^{(i)} \mid t = \tau_{s,k} \text{ for some } s \in S^{(i)}, k \in \mathbb{N}\}$$

と構成する. 特に $\mathcal{T}^{(i)} = \mathcal{T}^* \cap \{\tau_{s,k} \mid s \in S^{(i)}, k \in \mathbb{N}\}$ ととらえることもできる. また, 部分ポートフォリオ $S^{(i)}$ に対する対象イベントの累積発生件数の計数過程を $N_t^{(i)} = \sum_{T_n^{(i)} \in \mathcal{T}^{(i)}} \mathbf{1}_{\{T_n^{(i)} \leq t\}}$ と定め, これに付随する $\{\mathcal{G}_t\}$ -イベント発生強度を $\lambda_t^{(i)}$ とする. すなわち, $\lambda_t^{(i)}$ は $\{\mathcal{G}_t\}$ -発展的可測かつ非負の確率過程であり, $N_t^{(i)} - \int_0^t \lambda_s^{(i)} ds$ が $\{\mathcal{G}_t\}$ -マルチンゲールとなる.

さて、ここでの問題を「ある特定の部分ポートフォリオにおける対象イベント発生リスクの評価」であるとする。例えば「製造業ポートフォリオ内で今後1年間にどの程度の格下げ発生が見込まれるか（最終的には格下げによる評価上の損失がどのくらいになるか）」といった問題を考えることを想定している。

もちろん、特定の部分ポートフォリオ $S^{(i)}$ に対するイベント発生時刻の増大列 $\mathcal{T}^{(i)} = \{T_n^{(i)}\}_{n=1,2,\dots}$ に注目し、これらを標本データとして、計数過程 $N_t^{(i)}$ に付随する強度過程 $\lambda_t^{(i)}$ のパラメタを推定することも可能である。しかし、トップダウン型の評価では、まず「全体強度 λ_t^* を \mathcal{T}^* から推定」して、その後「確率的細分化 (random thinning) と呼ばれる手続きによって、全体強度 λ_t^* を適当に分配する」ことで部分ポートフォリオの強度 $\lambda_t^{(i)}$ を構成することになる。

確率的細分化は、以下の条件を満たす $\{\mathcal{G}_t\}$ -適度な確率過程 $\{Z_t^{(i)}\}_{i=1,\dots,M}$ によって特徴付けられる：

$$0 \leq Z_t^{(i)} \leq 1, \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, M\}, \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^M Z_t^{(i)} = 1 \text{ a.s.}, \quad \forall t \in [0, H]. \quad (2)$$

このとき、各 i について、確率過程 $\{Z_t^{(i)}\}$ を部分ポートフォリオ $S^{(i)}$ に付随した細分化過程と呼ぶことにする。なお、時点 t を固定したとき、確率変数 $Z_t^{(i)}$ は、時点 t において S^* 内でイベントが発生するという条件の下で、そのイベントは部分ポートフォリオ $S^{(i)}$ で発生したものであるという条件付確率と見なせるので、部分ポートフォリオ強度過程 $\lambda_t^{(i)}$ は

$$\lambda_t^{(i)} = Z_t^{(i)} \lambda_t^*, \quad (3)$$

として得られることが知られている。

3 確率的細分化モデル

前節にまとめた枠組みから示唆されるように、トップダウン型のリスク評価においては、全体強度 λ_t^* のモデル化および細分化過程 $\{Z_t^{(i)}\}_{i=1,\dots,M}$ のモデル化の二つが特に重要となる。本論文では、後者の細分化過程の新しいモデルを導入し、そのモデルの応用可能性を数値例を通じて考察することが具体的な目的であるが、まず本節において、提案する細分化過程モデルの定式化をおこなう。

部分ポートフォリオ $S^{(i)}$ を一つ固定する。このとき、細分化過程 $Z_t^{(i)}$ を、全体に対する部分ポートフォリオの構成企業数比 $\tilde{Z}_t^{(i)}$ と調整ファクター $\theta_t^{(i)}$ の積として

$$Z_t^{(i)} = \theta_t^{(i)} \tilde{Z}_t^{(i)} \quad (4)$$

のように表すモデルを導入する。

全体に対する部分ポートフォリオの構成企業数比 $\tilde{Z}_t^{(i)}$ は、要するにイベント発生の発生確率を S^* の各要素について全て同一という仮定に相当する³。なお、前節の冒頭で述べた前提をふまえて、 $\tilde{Z}_t^{(i)}$ は時間に関して不変⁴と見なし、 $\tilde{Z}_t^{(i)} = \frac{|S^{(i)}|}{|S^*|}$ と定数として与えることにする（集合 A に対し、 $|A|$ は A の要素数を表すとする）。

一方、調整ファクター $\theta_t^{(i)}$ は非負値の $\{\mathcal{G}_t\}$ -適合の確率過程であり、部分ポートフォリオ $S^{(i)}$ の相対的な対象イベントの発生しやすさを表すものと見なすことができる。部分ポートフォリオ $S^{(i)}$ の信用の質は $S^{(i)}$ を構成する発行体の信用イベントの発生によって変化することから、[7] では $\theta_t^{(i)}$ を “credit quality vulnerability factor (CQVF)” と呼んでいる。

細分化過程を扱っている先行研究では CQVF $\theta_t^{(i)}$ は定数と仮定されてきた。例えば、[1, 9, 6] では、部分ポートフォリオがいずれも均質であると仮定して $\theta_t^{(i)} = 1 (\forall i \in \{1, 2, \dots, M\})$ とするモデル（本稿では primitive model と呼ぶ）を考えている。また、[7] は $\theta_t^{(i)}$ が、1 とは限らない定数の場合について実証分析を行っている。しかしながら、格付変更イベント発生頻度の変動を説明するためには、部分ポートフォリオの構成企業数比を時間によらない定数で調整するだけでは不十分であり、確率的な変動要因を何らかの形で細分化過程に取り入れることが必要であると考えられる。

そこで、本論文では CQVF $\theta_t^{(i)}$ が区分的に一定な見本経路をもつような細分化モデルを提案する。具体的には、観測可能なリスクファクターを表す $\{\tilde{\mathcal{F}}_t\}_{t \in [0, H]}$ -適合な確率過程 $\{X_t^{(i)}\}$ と事前に定めた時間区分の増大列 $\{H_j\}_{j=0,1,2,\dots}$ に対して、

$$\theta_t^{(i)} = \exp(\alpha_0^{(i)} + \alpha_1^{(i)} X_{H_j}^{(i)}) + \epsilon_t^{(i)} \quad (H_j \leq t < H_{j+1}), \quad (5)$$

とし、 $\epsilon_t^{(i)}$ は事前に定めた時間区分列の間において一定な右連続で左極限をもつ見本経路をもつ確率過程であり、

$$\epsilon_t^{(i)} = c^{(i)} + \beta_j^{(i)} \quad (H_j \leq t < H_{j+1}), \quad (6)$$

とする。ただし、 $c^{(i)}$ は定数とし、 $\{\beta_j^{(i)}\}_{j=0,1,2,\dots}$ はベータ分布に従う独立同分布の確率変数列とする。とくに、 $\beta_j^{(i)}$ は $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ を台とする（平行移動した）対称なベータ分布に従うものとし、その平均は 0、分散は $\frac{1}{4(2a^{(i)}+1)}$ となる。具体的には、 $a^{(i)}$ を正値のパラメータとして、

$$f(x; a^{(i)}) = \frac{1}{B(a^{(i)}, a^{(i)})} x^{a^{(i)}-1} (1-x)^{a^{(i)}-1}, \quad \left(\text{ただし } B(a, b) = \int_0^1 x^{a-1} (1-x)^{b-1} dx \right)$$

を密度関数とする（区間 $[0, 1]$ を台とする）独立な確率変数列 $\eta_j(a^{(i)})$ ($j = 0, 1, 2, \dots$) を得て、

$$\beta_j^{(i)} = \eta_j(a^{(i)}) - E[\eta_j(a^{(i)})] = \eta_j(a^{(i)}) - \frac{1}{2}$$

³ 実際には、「格下げ」を扱う場合に、デフォルトを除いて最低の格付に位置する企業はそれ以上の格下げは起こりえないし、「格上げ」に対しては最高格付の企業はそれ以上の格上げは起こりえないので、ベースとなるイベント発生確率の均一性については再考の余地はある。

⁴ 実際には $\tilde{Z}_t^{(i)}$ のダイナミクス（あるいはその前提として $|S^*|$ や $|S^{(i)}|$ ）を適当な確率過程として与えるべきであるが、後の実証分析においては半年ごとに全体に対する部分ポートフォリオの構成企業数比を再計算していく、ということを行っていくので、時間に関して不変という仮定は分析上の障害にはならないと考えられる。

と定義すればよい⁵。

ところで、(4)-(6) で与えられる細分化過程 $Z_t^{(i)}$ は、不等式条件 (1) を満たすことが必要である。ここでは、この不等式条件を満たすための制約については明示せず、モデルを用いたシミュレーションの手順の中で、同条件を満たすような技術的処理を施すことにした。さらに、全体和が 1 となる条件 (2) もあるので、すべての部分ポートフォリオについて整合的にするためには追加の条件が必要であるが、ここでは特定の部分ポートフォリオに注目することにして、他の部分ポートフォリオの細分化過程は論じない。

4 数値例

本節では、前節で提案した細分化過程モデルから得られる格付変更件数の予測分布と実現値の比較を通じて、提案モデルの応用可能性について考察する。

4.1 データ

分析の前提となるデータは 2000/4/1 から 2013/9/30 までの格付投資情報センター (R&I) の発行体格付変更データとし、「格下げ」「格上げ」とに分ける。また、部分ポートフォリオは企業が属する業種に応じて「製造業 (S_1)」と「非製造業 (S_2)」という二つに分ける。また (5) で与えられる CQVF の区分的に一定な確率項 $\epsilon_t^{(i)}$ を見直すタイミングとなる時間区分 $\{H_j\}_{j=0,1,2,\dots,J}$ は毎年 4 月 1 日と 10 月 1 日とした ($H_0 = 0$ は 2000/4/1 となる)。これにより細分化のために利用可能な全データとして

$$\left\{ \tilde{T}^* \cap [0, H_J], \tilde{T}^{(i)} \cap [0, H_J] \ (i = 1, 2), (\tilde{S}_{H_{j-1}}^*, \tilde{S}_{H_{j-1}}^{(1)}, \tilde{S}_{H_{j-1}}^{(2)}) \ (j = 1, \dots, J) \right\}$$

を考えることにする。ただし、 \tilde{T}^* および $\tilde{T}^{(i)}$ ($i = 1, 2$) は各ポートフォリオで観測された対象イベント発生時点の集合、また $(\tilde{S}_{H_{j-1}}^*, \tilde{S}_{H_{j-1}}^{(1)}, \tilde{S}_{H_{j-1}}^{(2)})$ は j 番目の時間区間の左端 H_{j-1} において観測される経済全体および各部分ポートフォリオの要素数を表すものとする。

実際にデータ期間について半年ごとに「全体」「製造業」「非製造業」それぞれの「格下げ」「格上げ」の発生件数の推移を示したグラフが、図 1 である。

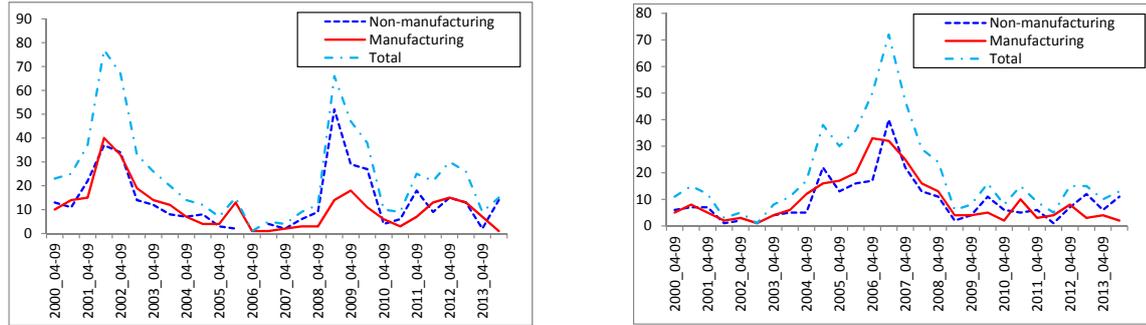
4.2 数値例の設定と結果

以下では、製造業に属する貸出先から構成される部分ポートフォリオを対象とし、その格下げ発生件数に関して提案モデルの予測を行い、実績値と比較した結果を示す。

今回の数値例に用いたパラメタ値は $\alpha_0^{(1)} = -1.894$, $\alpha_1^{(1)} = 1.745$, $a^{(1)} = 0.209$, $c^{(1)} =$

⁵ 一般に $f(x; a, b) = \frac{1}{B(a, b)} x^{a-1} (1-x)^{b-1}$ という密度関数をもつベータ分布 $\text{Beta}(a, b)$ に従う確率変数

X の平均と分散はそれぞれ $E[X] = \frac{a}{a+b}$, $V[X] = \frac{ab}{(a+b)^2(a+b+1)}$ となることが知られている。



(a) the number of downgrades

(b) the number of upgrades

図 1: Time series of the number of downgrade and upgrade in the manufacturing sector and non-manufacturing sector on each half year spans of our sample data.

0.101 である⁶。また、観測可能な変数として機械受注半期比を採用した。このパラメタ値をもつモデルを用いて、各時間区分内での格下げ件数の分布を作成し、実現値との比較を行った。対象期間は、インサンプル期間にアウトオブサンプル期間である 2010/4/1 から 2013/12/30 も含めた 2000/4/1 から 2013/12/30 になる。具体的には、モデルを用いて当該期間の格付変更発生シミュレーションを行い、シミュレーション結果からイベント発生件数の分布を作成し、実現したイベント発生件数との比較を行った⁷。シミュレーションの各シナリオ生成においては、アウトオブサンプル期間の格付変更時刻の実データをどの部分ポートフォリオの格付変更かどうかをマスクして与えた上で、各格付変更時刻において格付変更の起こった部分ポートフォリオをモデルで特定した。また、シミュレーションにおける機械受注額半期比は実現値で与えている。シミュレーションのシナリオ数は 1 万本とした。

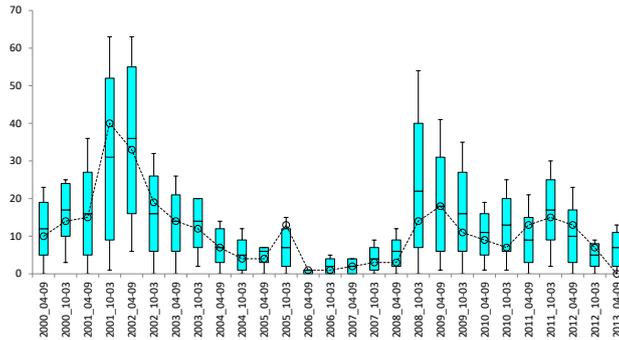
モデルの比較のために、実データから推定した CQVF が一定であるモデル ($\theta_t^{(1)} = 0.94$) による同様のシミュレーションも実施した。以下では、CQVF が定数のモデルを“定数モデル (Constant CQVF model)”と呼ぶことにする。

提案モデル、定数モデル、Primitive モデルのそれぞれから半期毎の格下げ件数分布を作成し、実現値と比較を行った結果が図 2 である。定数モデルや企業数のみのモデルによる件数分布の 90%-区間から実現値が外れている場合であっても、提案モデルの 90%-区間内に納まっているケースが見られる。また、提案モデルと定数モデルを比較すると、提案モデルのほうが、予測分布の裾が厚く、リスクを保守的に評価していることが分かる。また、実現値がモデル分布の内側の区間に収まっているのは定数モデルよりも提案モデルであることが確認された。

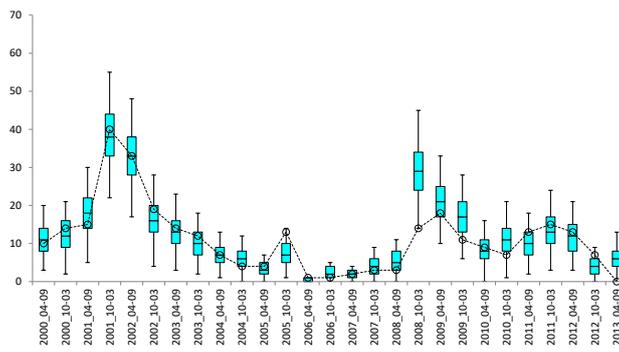
⁶ このパラメタ値の妥当性の検証のために、Kolmogorov-Smirnov 検定を実施した。その結果、得られた P 値からモデルと観測分布が等しいという帰無仮説は 1% 有意水準で棄却されず、モデルがデータに適合していないとは言えないことがわかった。

⁷ 確率的細分化のシミュレーション・アルゴリズムは以下の 1~2 の手順としてまとめられる：

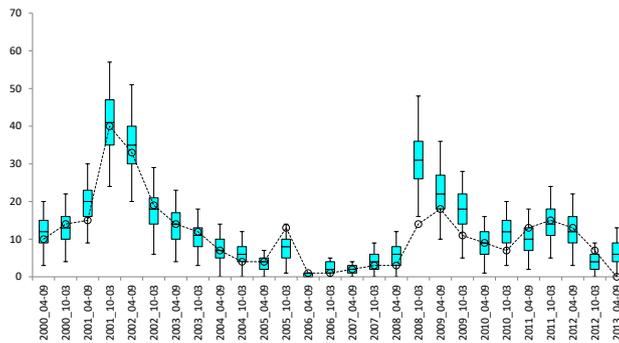
1. イベント発生時刻列 $\mathcal{T} = \{T_n\}_{n=1}^{N_t}$ が与えられているとする、
2. 各 n 毎に、 $\{Z_{T_n}^{(1)}\}_{i=1}^I$ を計算し、確率 $Z_{T_n}^{(1)}$ で $T_n \in \mathcal{T}^{(1)}$ とする。



(a) Our model



(b) Constant CQVF model



(c) Primitive model

⊠ 2: Estimated number of downgrades in manufacturing sector. The upper figure shows the observed number per half year of downgrades (circles) in our data as well as the boxplot for the distribution of the number of downgrades obtained from our random thinning model (4). In comparison to this, the lower two figure shows the downgrade distribution obtained from the constant CQVF model and the primitive thinning model with $\tilde{Z}_t^{(1)}$. As for the boxplot, the top and the bottom indicate the maximum and minimum respectively, the upper side and the lower side of each box indicate 90% and 10% respectively, and the band inside does the average.

5 まとめ

本論文では、観測可能な変数と確率的に変動する潜在変数を取り入れた確率的細分化モデルを提案した。さらに、日本の信用格付変更データに関してモデルによるイベント件数分布と実現値の比較を行い、提案モデルの有用性を確認した。

本論文のモデルは、時間区分毎の CQVF の系列は独立と仮定している。一方で、CQVF が高い時期や低い時期がある程度続く形のモデリングのほうが自然と考えられる。そのような CQVF の系列に時系列構造をもたせたモデル化は今後の課題である。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 JP18K12818 の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] Giesecke, K. and Kim, B., Risk analysis of collateralized debt obligations, *Operations Research*, **59** (2011), 32–49.
- [2] Giesecke, K. and Kim, B., Systemic risk: What defaults are telling us, *Management Science*, **57** (2011), 1387–1405.
- [3] 廣中 純, バーゼル III 下におけるポートフォリオの信用リスク管理, 数理解析研究所講究録, **1886** (2014), 154–164.
- [4] 金子 拓也, 中川 秀敏, 信用ポートフォリオのリスク計量: 金利変化見通しと個別企業価値変動を考慮したトップダウン・アプローチ, *金融研究*, **29(3)** (2010), 19–44.
- [5] Kunisch, M. and Uhrig-Homburg, M., Modeling simultaneous defaults: a top-down approach, *The Journal of Fixed Income*, **18** (2008), 25–36.
- [6] 山中 卓, 経済状況とリスク連関性を考慮した格付推移強度モデルと信用ポートフォリオのリスク評価, *ジャフイージャーナル*, **13** (2014), 42–70.
- [7] Yamanaka, S., Nakagawa, H. and Sugihara, M., Random thinning with credit quality vulnerability factor for better risk management of credit portfolio in a top-down framework, *Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics*, **32** (2016), 321–341.
- [8] Yamanaka, S., Nakagawa, H. and Sugihara, M., A random thinning model with a latent factor for improvement of top-down credit risk assessment, *JSIAM Letters*, **8** (2016), 37–40.
- [9] Yamanaka, S., Sugihara, M. and Nakagawa, H., Modeling of contagious credit events and risk analysis of credit portfolios, *Asia-Pacific Financial Markets*, **19** (2012), 43–62.

(原稿提出: 2019 年 1 月 16 日; 修正稿提出: 2019 年 2 月 6 日)